

Тема: Физические основы гемодинамики

лекция № 3

для студентов 1 курса, обучающихся по специальности
31.05.01 – Лечебное дело

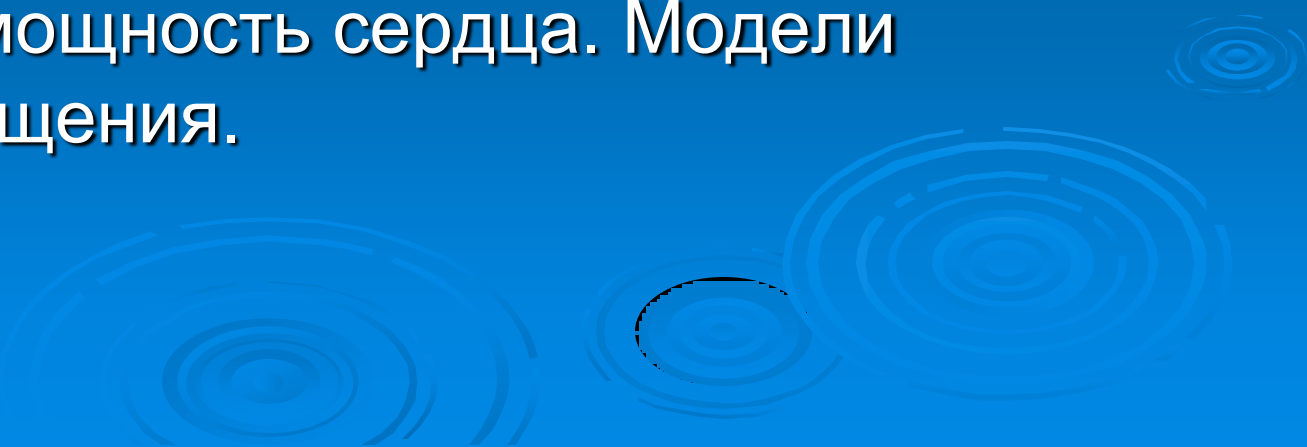
К.п.н., доцент Шилина Н.Г.
Красноярск, 2020

Цель лекции:

- Ознакомить обучающихся с основными законами течения жидкости и использовании их в медико-биологической практике.



План лекции:

1. Идеальная жидкость. Уравнение Бернулли.
 2. Вязкость жидкости. Уравнение Ньютона.
 3. Течение вязкой жидкости. Формула Гаагена – Пуазейля.
 4. Реологические свойства крови.
 5. Методы измерения вязкости жидкостей.
 6. Работа и мощность сердца. Модели кровообращения.
- 

Гемодинамика — раздел биомеханики, исследующий движение крови по сосудам.

Физической основой гемодинамики является гидродинамика.

Жидкости — вещества, занимающие по своим свойствам промежуточное положение между твердыми телами и газами.

Жидкости принимают форму сосуда, в который они заключены (как газы), но объем жидкости практически не меняется (как у твердых веществ), т.е. жидкости практически не сжимаемы.



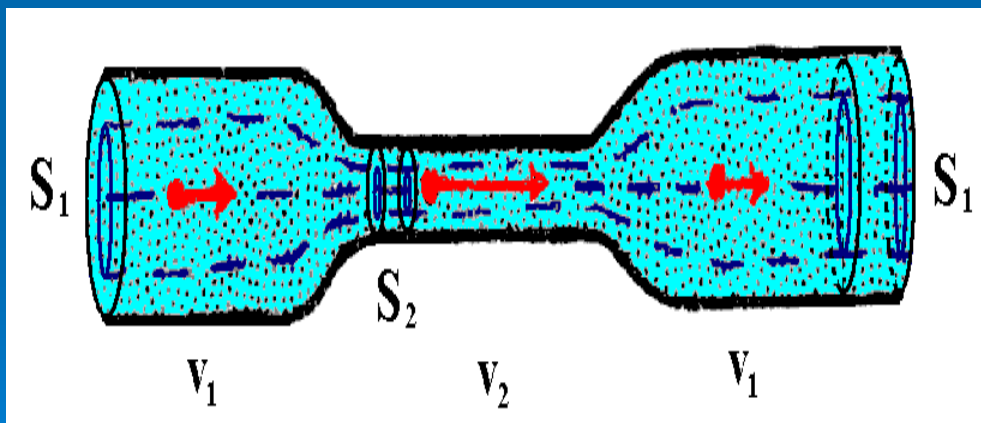
Идеальная жидкость — жидкость, плотность которой всюду одинакова и не меняется со временем, а также не имеющая вязкости, т.е. при течении отдельные слои жидкости не взаимодействуют между собой.

При течении ***реальной*** жидкости отдельные слои ее взаимодействуют между собой с силами, касательными к слоям.

Это явление называется вязкостью или ***внутренним трением***.

Воображаемые линии, совпадающие с траекториями частиц, называются **линиями тока**.

Часть потока жидкости, ограниченного со всех сторон линиями тока, образует **трубку тока** или **струю**.



$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \text{ или}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}$$

$$S \cdot v = \text{Const}$$

– условие **неразрывности** струи

Вывод уравнения Бернулли

$$V_1=V_2; \quad S_1L_1= S_2L_2;$$

➤ Работа сил, оказывающих давление:

$$A_d=F_1L_1 - F_2L_2=P_1S_1L_1 - P_2S_2L_2$$

➤ Работа силы тяжести:

$$A_T=mgh_1 - mgh_2 =\rho S_1L_1gh_1 - \rho S_2L_2gh_2$$

➤ Изменение кинетической энергии при движении объема жидкости:

$$\Delta E_K = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2} = \frac{1}{2} \left(\rho S_2 L_2 v_2^2 - \rho S_1 L_1 v_1^2 \right)$$

т.к. $A_d + A_T = \Delta E_K$, то

$$P_1 S_1 L_1 - P_2 S_2 L_2 + \rho S_1 L_1 g h_1 - \rho S_2 L_2 g h_2 = \frac{1}{2} (\rho S_2 L_2 v_2^2 - \rho S_1 L_1 v_1^2) \quad \text{и} \quad S_1 L_1 = S_2 L_2$$

$$P_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} + \rho g h_1 = P_2 + \rho \frac{v_2^2}{2} + \rho g h_2$$

т.к. сечение выбрано произвольно, то

$$P + \rho \frac{v^2}{2} + \rho g h = Const$$

- уравнение Бернулли

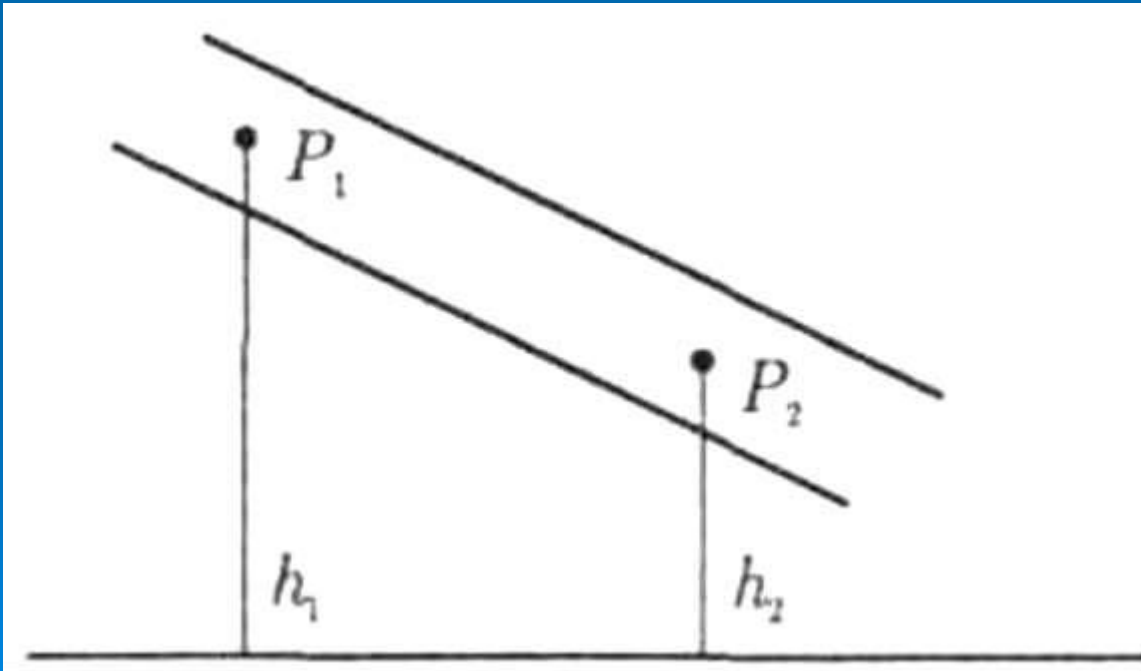
При стационарном течении **идеальной** жидкости ($u=Const$) **полное давление**, равное сумме *статического*, *гидростатического* и *динамического* давлений, остается **ПОСТОЯННЫМ** в любом поперечном сечении потока.

$$P + \rho \frac{v^2}{2} + \rho gh = Const$$

Следствия из уравнения Бернулли

- Наклонная трубка постоянного сечения

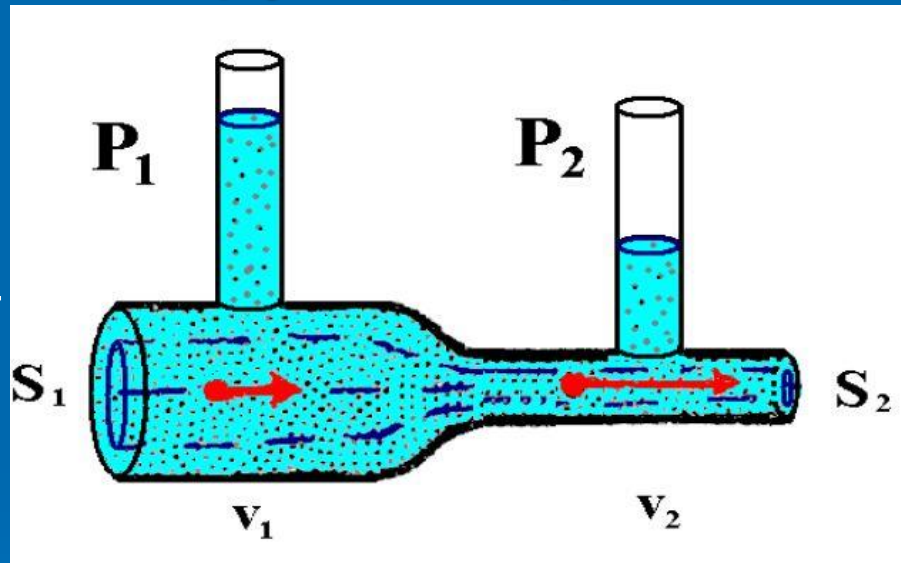
$$P_1 + \rho g h_1 = P_2 + \rho g h_2 ; \quad P_1 - P_2 = \rho g (h_1 - h_2)$$



Следствия из уравнения Бернулли

- Горизонтальная трубка переменного сечения

$$P_1 + \rho \frac{v_1^2}{2} = P_2 + \rho \frac{v_2^2}{2}$$



т.к. $S_2 < S_1$, то $v_2 > v_1$ и $P_2 < P_1$

Статическое **давление** невязкой жидкости при течении по горизонтальной трубе **возрастает** там, где **скорость** ее **уменьшается**.

Истечение жидкости из отверстия сосуда

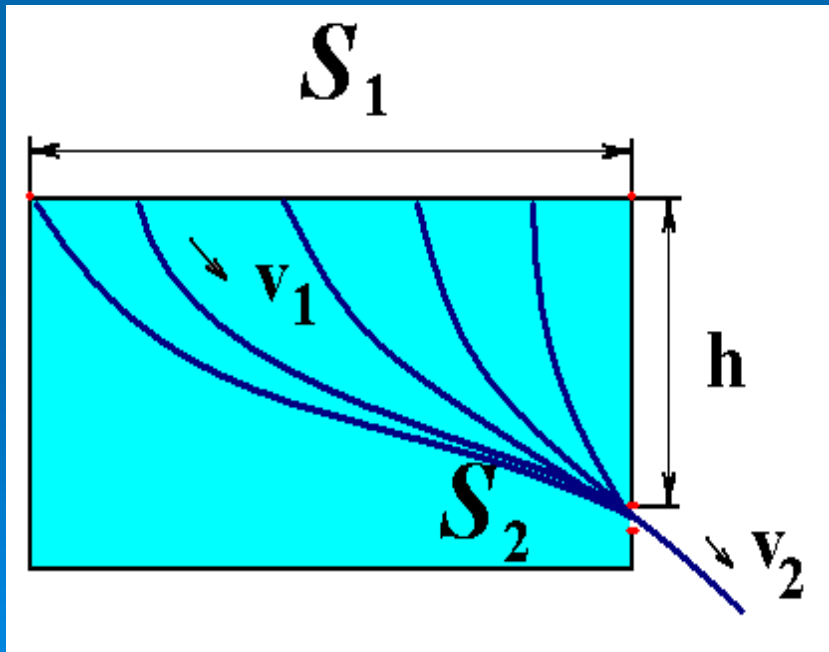
Пусть $h_1 = h$, $h_2 = 0$, давление $P_1 = P_2 = P_a$ атмосферное.
 $v_1 \ll v_2$, поскольку $S_1 \gg S_2$. Поэтому можно принять, что $v_1 \approx 0$.

$$P_a + 0 + \rho gh = P_a + \rho v_2^2 / 2 + 0$$



$$v_2 = \sqrt{2gh}$$

Уравнение Торичелли

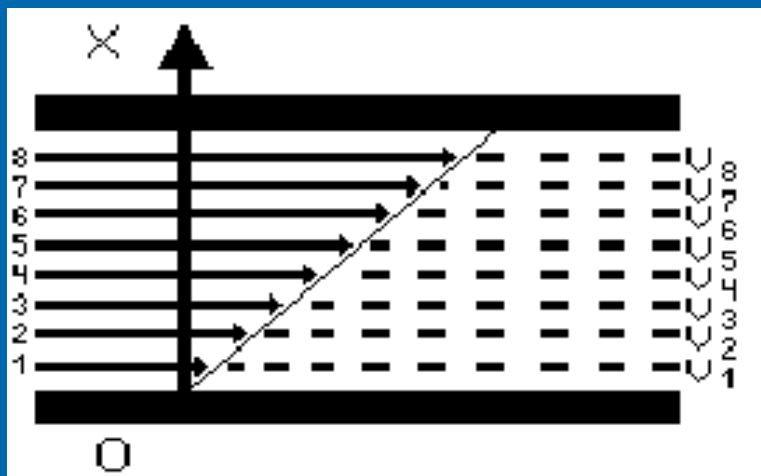


ВЯЗКОСТЬ ЖИДКОСТИ

Способность реальных жидкостей оказывать сопротивление движению в них тел или собственному течению за счет сил межмолекулярного взаимодействия называется ***внутренним трением или вязкостью жидкости.***



Уравнение Ньютона



$$F_{\text{тр}} = \eta \frac{dv}{dx} S$$

η - коэффициент внутреннего трения или

динамическая вязкость;

$\frac{dv}{dx}$

- градиент скорости;

dx

S - площадь соприкосновения слоев

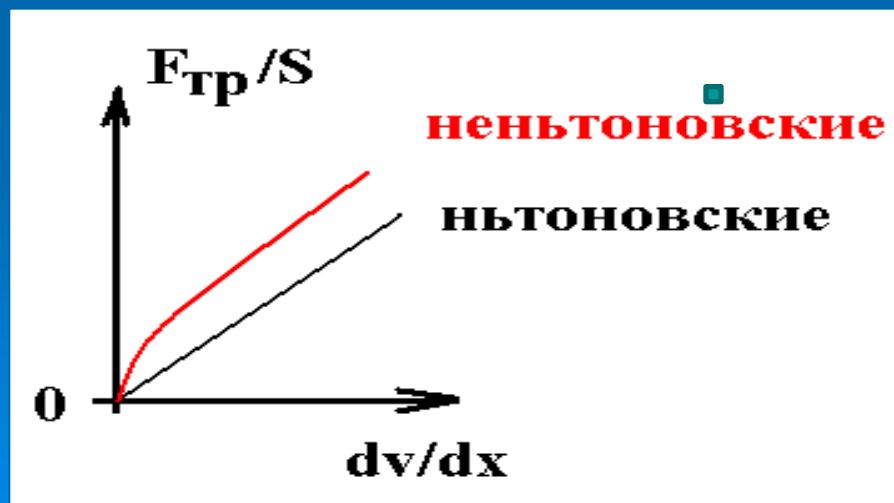
$[\eta] = \text{Па} \cdot \text{с}$ в системе СИ,
 $[\eta] = 1 \text{ Пуаз (П)}$ в системе СГС;
 $1 \text{ Па} \cdot \text{с} = 10 \text{ П}$

Жидкости, вязкость которых не зависит от градиента скорости – *ньютоновские жидкости*.

Примеры: вода, этиловый спирт, ацетон.

Жидкости, не подчиняющиеся закону Ньютона, относят к *неньютоновским жидкостям*.

Примеры: высокомолекулярные органические соединения, кровь, растворы полимеров.



Вязкость веществ

Вещество	Воздух	Вода	Глицерин	Кровь	Плазма
Температура, °C	20	20	20	36	36
Вязкость, Па · с	$1,8 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-3}$	0,97	$4 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$

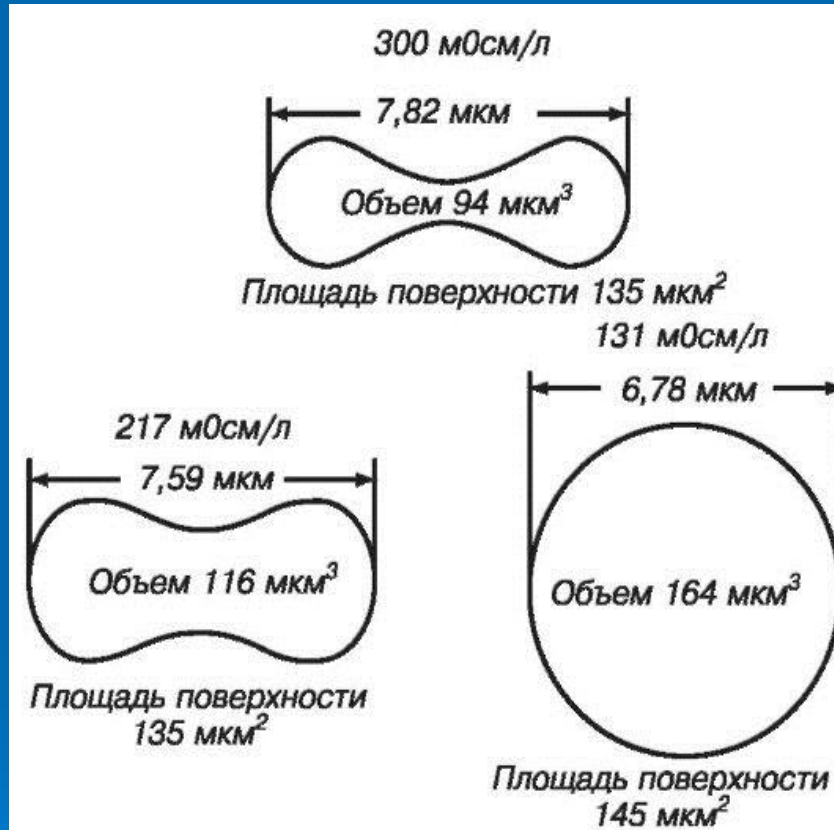
Вязкость неньютоновских жидкостей

При прочих равных условиях вязкость неньютоновских жидкостей значительно больше, чем у ньютоновских.

Это связано с тем, что благодаря сцеплению частиц в неньютоновской жидкости образуются пространственные структуры, на разрушение которых требуется дополнительная энергия.

Цельная кровь (суспензия эритроцитов в белковом растворе) есть неньютоновская жидкость вследствие агрегации эритроцитов.

Эритроциты

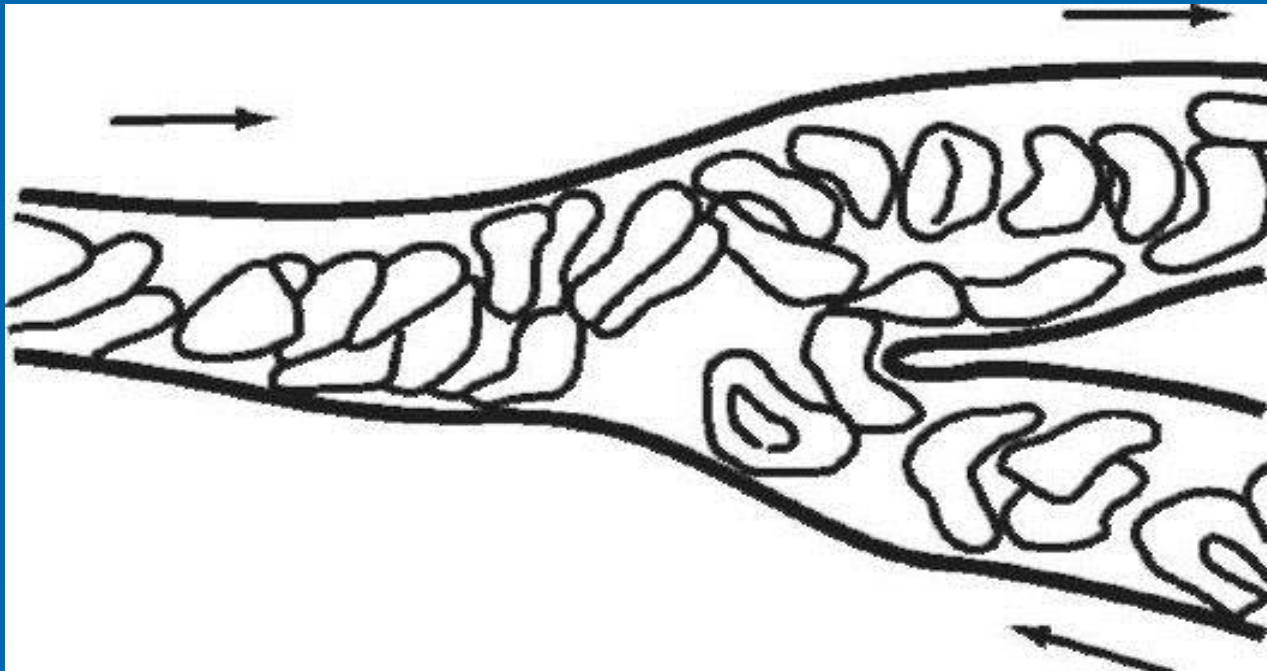


В неподвижной крови эритроциты агрегируют, образуя так называемые «монетные столбики» из 6-8 эритроцитов.



При премешивании крови или при протекании по капиллярам агрегаты распадаются и вязкость падает.

Деформация эритроцитов в капиллярах



Деформируясь, эритроциты могут продвигаться один за другим в капиллярах диаметром всего 3 мкм.

В таких тонких капиллярных сосудах происходит газообмен между кровью и тканями.

Относительная вязкость крови

$$\eta = \frac{\eta_{\text{жидкости}}}{\eta_{\text{воды}}}$$

НОРМА	4,2 – 6
АНЕМИЯ	2 – 3
ПОЛИЦИТАМИЯ	15 – 20
МУЖЧИНЫ	4,3 – 1,7
ЖЕНЩИНЫ	3,9 – 4,9

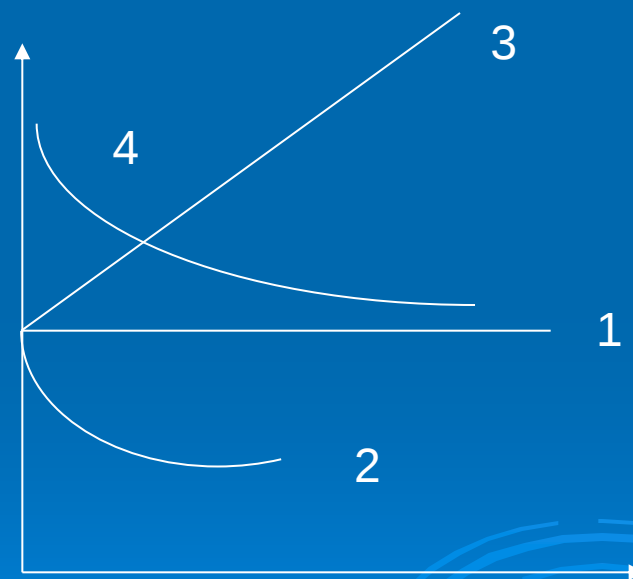
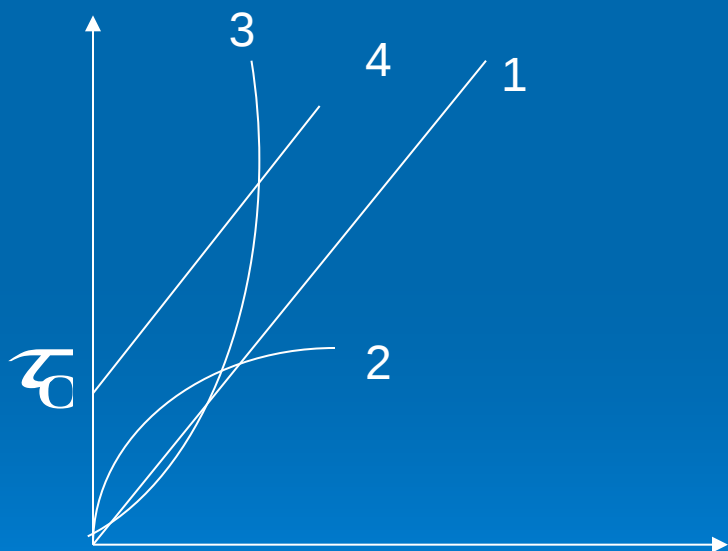
Вязкость крови зависит от *концентрации эритроцитов* и *белков плазмы*, от *их состава*, от *размеров клеток* крови, *эластичности мембран эритроцитов*.

КЛАССИФИКАЦИЯ БИОЛОГИЧЕСКИХ ЖИДКОСТЕЙ

- **Ньютоновская** жидкость (вязкость не зависит от градиента скорости)
- **Псевдопластическое** вещество (вязкость уменьшается с увеличением градиента скорости)
- **Дилатантное** вещество (вязкость увеличивается с увеличением градиента скорости)
- **Тиксотропное** вещество (вязкость уменьшается при продолжительном вращении, но после остановки возвращается к исходному значению)
- **Реопексное** вещество (вязкость возрастает при продолжительном вращении, но после остановки возвращается к исходному значению)

Нелинейно вязкие жидкости

- Реологические кривые для ньютоновской (1), псевдопластической (2), дилатантной (3), вязко-пластической (4) жидкостей



Режимы течения жидкости:

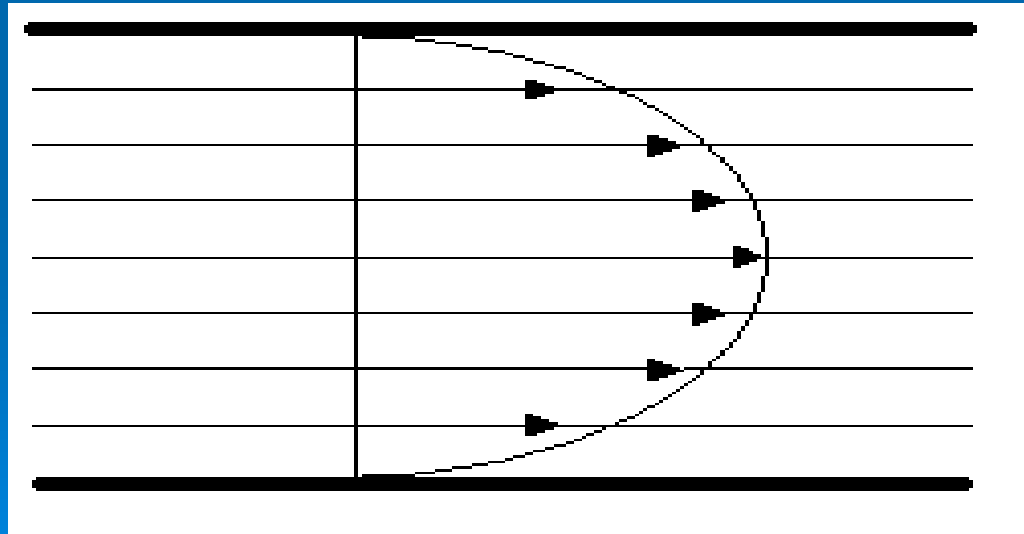
- ▲ *ламинарный* (слоистый)
- ▲ *турбулентный* (вихревой)



Ламинарное (на переднем плане) и турбулентное течение вокруг субмарины «Лос-Анджелес»

Режимы течения жидкости:

При ламинарном течении слои жидкости скользят друг относительно друга почти не перемешиваясь. Скорость течения в каждой точке пространства остается постоянной. Течение медленное, упорядоченное, регулярное.



При *турбулентном* течении происходит интенсивное вихреобразование и перемешивание слоев жидкости, т.к. частицы переходят из одного слоя в другой. Часто турбулентное течение сопровождается появлением звука.



Характер течение жидкости по трубе зависит от ее **поверхности**, **диаметра** D , от свойств жидкости (**плотности** ρ и **вязкости** η), ее **скорости** v .

Течение с завихрениями при смешивании слоев называется ***турбулентным***.

$$Re = \frac{\rho v D}{\eta} \text{ - число Рейнольдса}$$

$$Re_{кр} = 2300$$

Если $Re > Re_{крит}$ – движение турбулентное.

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \text{ - кинематическая вязкость (Стокс)}$$

Цельная кровь

В норме в сосудах течение крови в сосудах является ламинарным, турбулентность возникает вблизи клапанов. Критическое значение числа Рейнольдса для крови:

$$Re_{кр} = 2000$$

При патологии, когда вязкость меньше нормы, число Рейнольдса превышает $Re_{кр}$ и движение крови становится турбулентным, что приводит к дополнительной работе сердца.

ФОРМУЛА ПУАЗЕЙЛЯ

При ламинарном течении слои жидкости скользят друг относительно друга почти не перемешиваясь. Скорость течения в каждой точке пространства остается постоянной. Течение медленное, упорядоченное, регулярное.

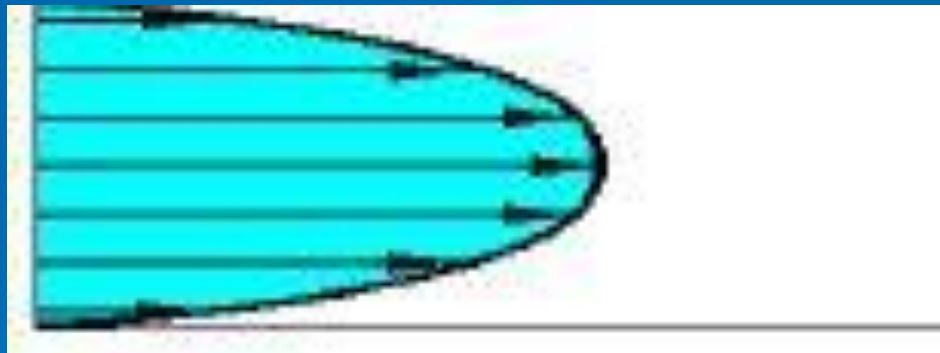


Рис.2. Распределение скоростей частиц жидкости по сечению трубы.

Формула Пуазейля

Скорость протекания жидкости по трубе v зависит от разности давлений $(P_1 - P_2)$ на концах трубы, ее длины L , радиуса R и вязкости жидкости:

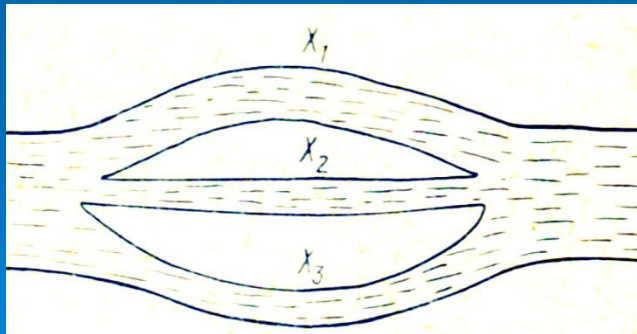
$$v = \frac{(P_1 - P_2)}{4\eta L} (R^2 - r^2)$$

$$v_{\max} = \frac{(P_1 - P_2)}{4\eta L} R^2 \quad \text{- в центре трубы}$$

Объем жидкости, протекающий через поперечное сечение горизонтальной трубы в 1 с:

$$Q = \frac{\pi R^4 (P_1 - P_2)}{8\eta L} \quad - \text{ формула Гагена-Пуазейля}$$

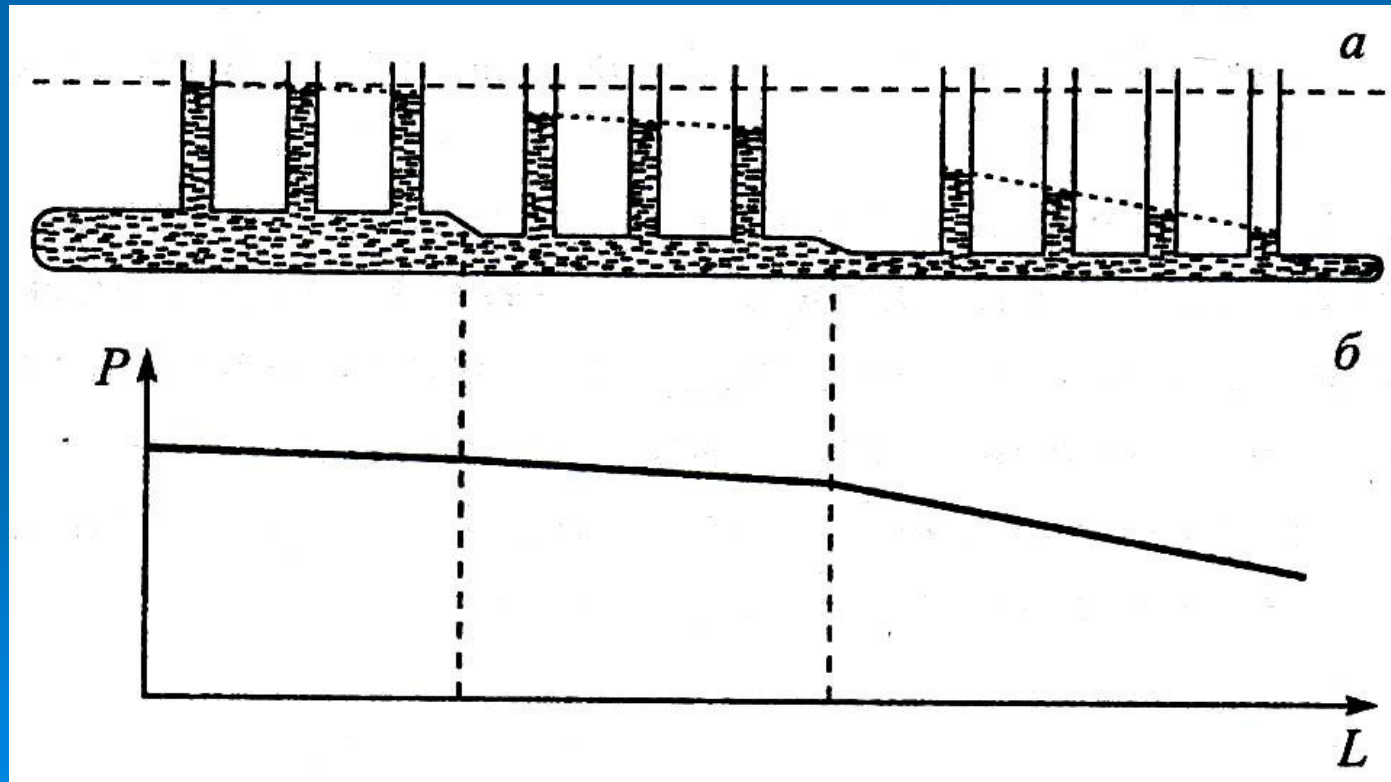
$$X = \frac{8\eta L}{\pi R^4} \quad - \text{ гидравлическое сопротивление}$$



$$X = X_1 + X_2 + X_3$$

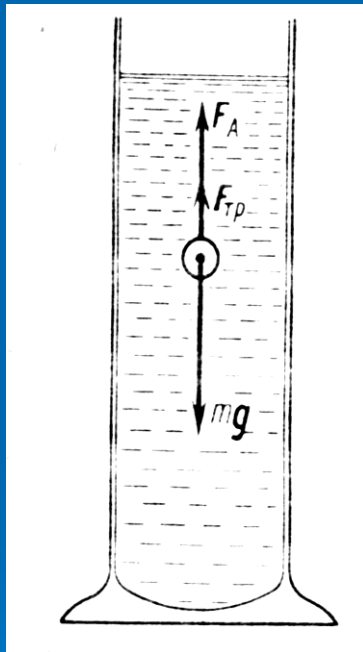
$$Q = \frac{\pi R^4}{8\eta} \cdot \frac{dP}{dL} \quad \text{т.к.} \quad \frac{dP}{dL} = \text{Const} \quad \text{и } Q \text{ одинаково,}$$

то градиент давления **больше** в трубах **меньшего** сечения.



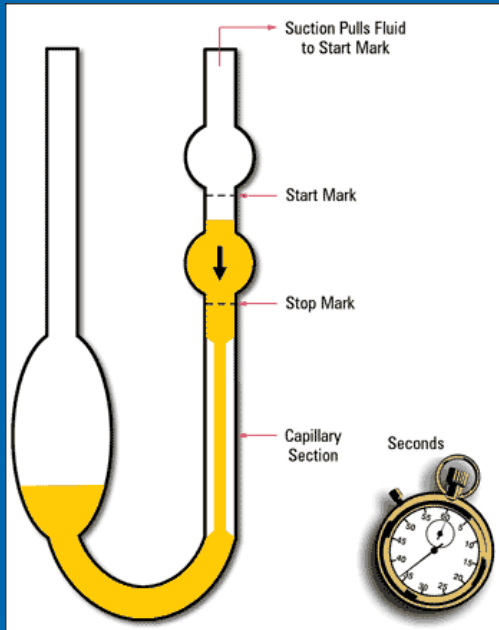
МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ

➤ Метод Стокса



$$\eta = \frac{2}{9} g R^2 \frac{\rho - \rho_{\text{ж}}}{V}$$

Метод капиллярного вискозиметра



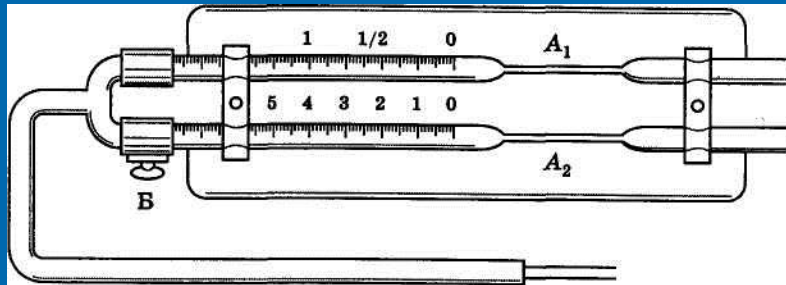
$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P_x}{8 \eta_x L} t_x$$

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P_0}{8 \eta_0 L} t_0$$

$$\eta_x = \eta_0 \frac{\rho_x t_x}{\rho_0 t_0}$$

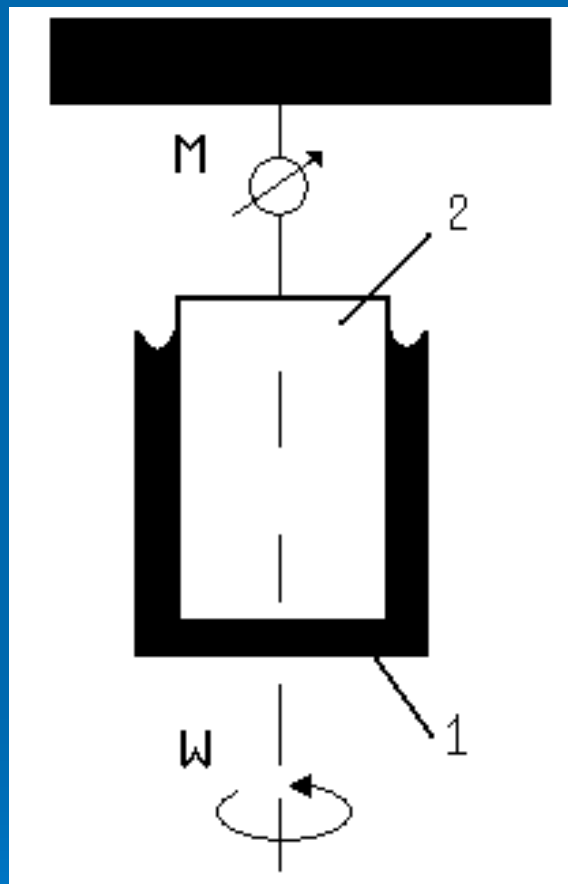
Вискозиметр Гесса (медицинский, ВК–4)

Определяет относительную вязкость крови



$$\eta_{кр} = \eta_v \frac{l_v}{l_{кр}}$$

➤ Метод ротационного вискозиметра



$$\theta = k \eta \omega$$

K – постоянная прибора

Меняя скорость вращения изменяют градиент скорости, можно выяснить остается ли η постоянной при изменении, а это позволяет классифицировать жидкость. ω Для больших градиентов используют конусообразный ротор.

Типы вискозиметров



Ротационный вискозиметр

Вискозиметр Стокса

РАБОТА И МОЩНОСТЬ СЕРДЦА

Работа сил давления $A_1 = FL = PSL = PV_{уд}$

Кинетическая энергия $A_2 = mu^2/2 = \rho V_{уд} u^2/2$

$A_{л} = A_1 + A_2 = PV_{уд} + \rho V_{уд} u^2/2$

$A_{п} = 0,2 A_{л}$; $A = A_{л} + A_{п} = 1,2 A_{л}$

$A = 1,2 (PV_{уд} + \rho V_{уд} u^2/2)$

$P = 13 \text{ кПа}$; $V_{уд} = 60 \text{ мл} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$; $u = 0,5 \text{ м/с}$;

$\rho = 1,05103 \text{ кг/м}^3$

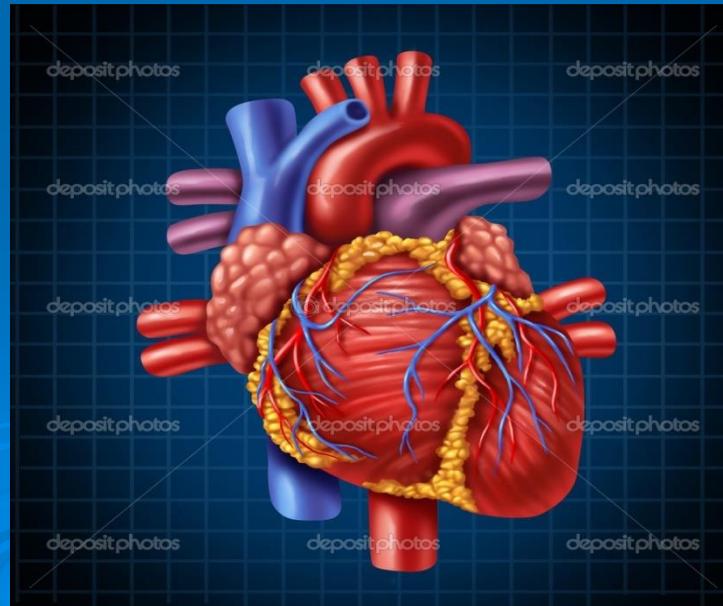
$A \approx 1 \text{ Дж}$; Продолжительность систолы $0,3 \text{ с}$,
следовательно, мощность сердца $A/t = 3,3 \text{ Вт}$.

Движение крови в сосудистой системе.

Для поддержания движения жидкости в замкнутой гидродинамической системе требуется насос, создающий разность давлений для преодоления гидравлического сопротивления.

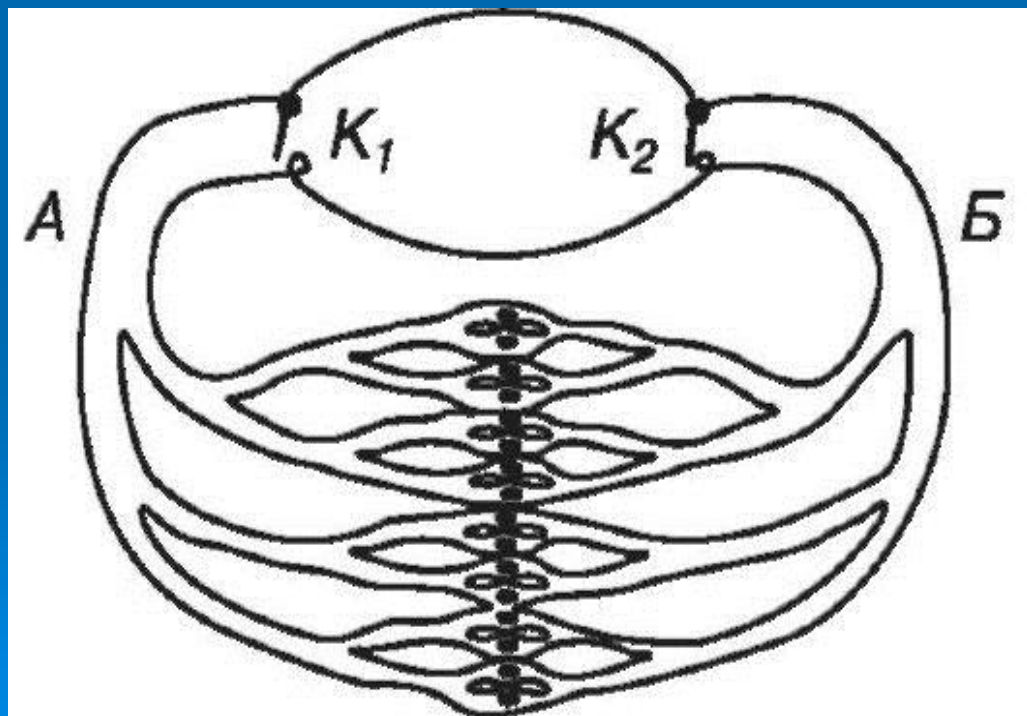
В системе **кровообращения** роль такого насоса играет сердце.

$$Q = \frac{\Delta P}{X}$$



Движение крови в сосудистой системе

В качестве наглядной модели сердечно-сосудистой системы рассматривают замкнутую, заполненную жидкостью систему из множества разветвленных трубок с эластичными стенками. Движение жидкости происходит под действием ритмично работающего насоса в виде груши с двумя клапанами.



K_1 выпускной клапан

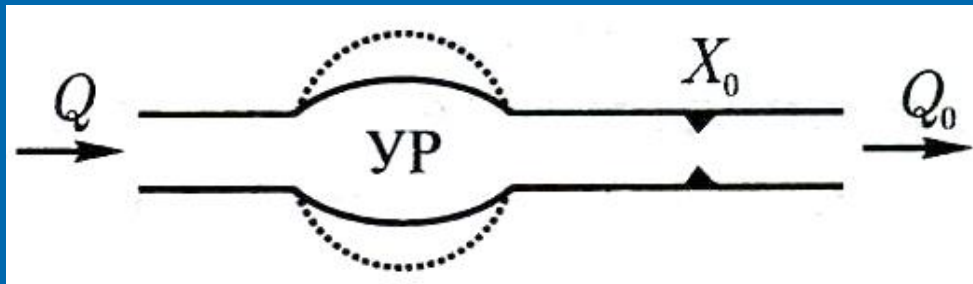
K_2 впускной клапан

Трубка А – аорта

Трубка В – вена

Движение крови в сосудистой системе

Артерию можно рассматривать как упругий резервуар. В него поступает кровь из сердца. Стенки артерии сначала растягиваются, а затем сокращаются, проталкивая кровь далее. Объемная скорость кровотока Q .



Q_0 – скорость оттока крови периферическую систему
 K – эластичность стенок
 x_0 – сопротивление периферических сосудов.

Зависимость скорости оттока крови от времени:

$$Q = Q_0 e^{-\frac{t}{kx_0}}$$

Зависимость давления в резервуаре после систолы:

$$P = P_0 e^{-\frac{t}{kx_0}}$$

Пульсовая волна

Пульсовая волна – волна повышенного давления, вызванная выбросом крови из левого желудочка в период систолы, распространяющаяся по аорте и артериям.

$$P = P_0 e^{-\lambda x} \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \quad \text{– уравнение гармонической пульсовой волны}$$

Скорость пульсовой волны в крупных сосудах зависит от их параметров (формула Моенса–Кортевега):

$$v = \sqrt{\frac{Eh}{\rho d}}$$

E – модуль упругости;
ρ – плотность вещества;
h – толщина стенки сосуда;
d – диаметр сосуда.

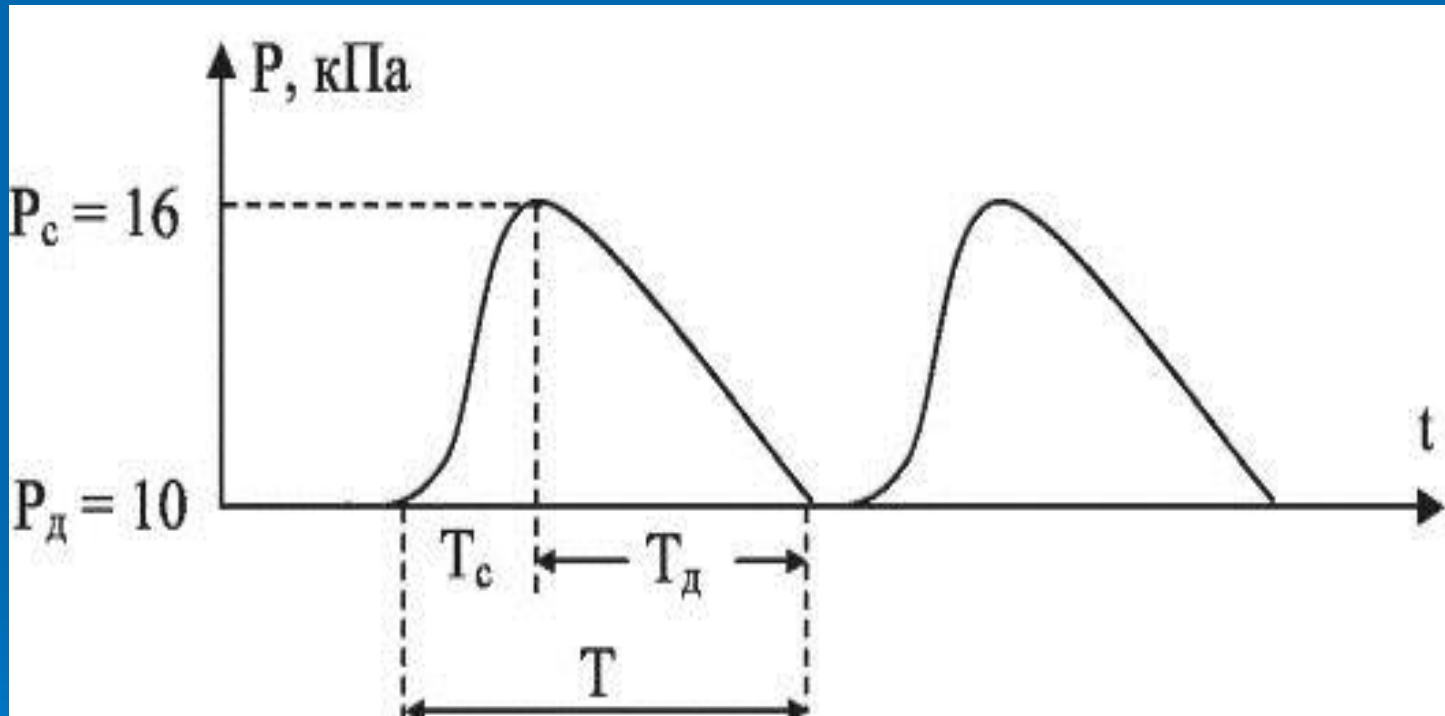
Пульсовая волна

Скорость распространения пульсовой волны 5-10 м/с



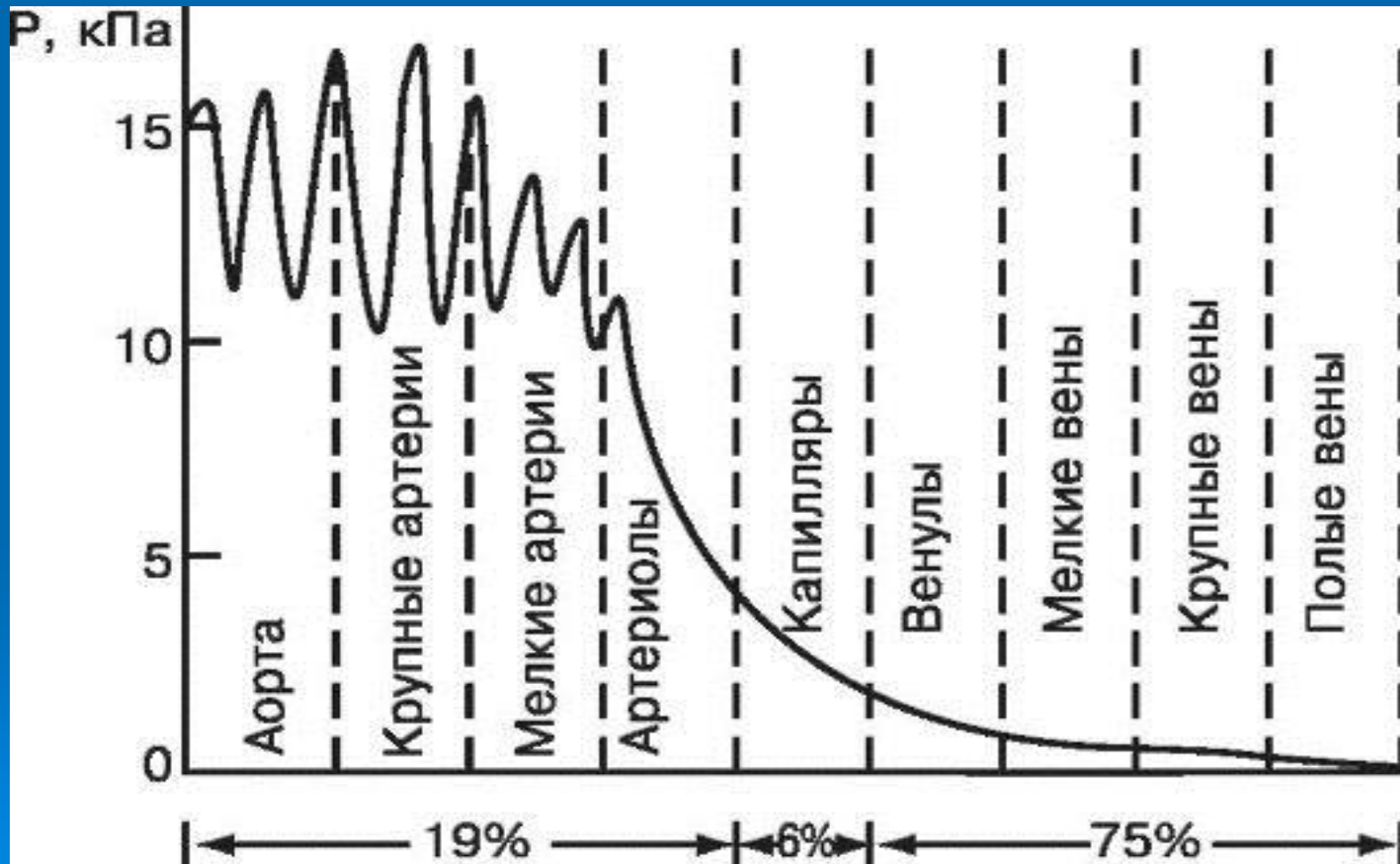
Профиль артерии в различные фазы прохождения пульсовой волны.

Зависимость давления в сонной артерии от времени за период сокращения сердца

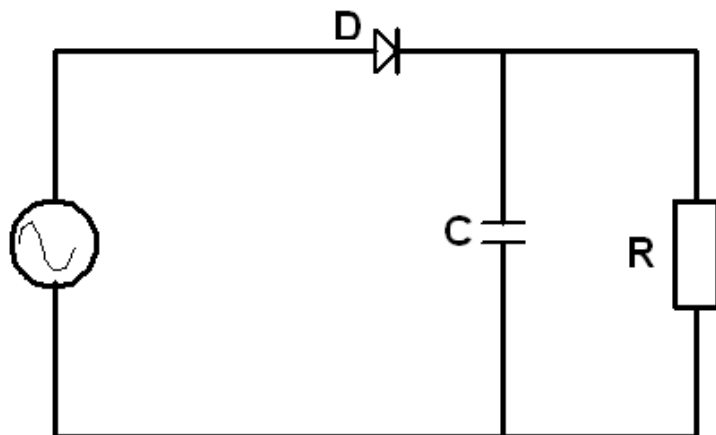


Изменение давления в крупных сосудах носит пульсирующий характер.

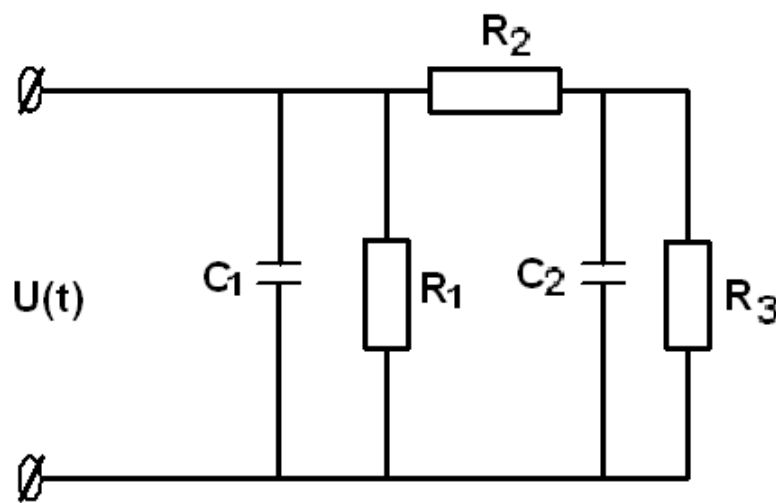
Распределение давления в различных участках сосудистой системы



Электрическая модель



- Модели, содержащие несколько сотен элементов, называют моделями с распределенными параметрами



Заключение:

Нами рассмотрены:

1. понятия идеальной и реальной жидкости, а также уравнения, описывающие их поведение;
2. методы измерения вязкости жидкостей.
3. реологические свойства крови.
4. модели кровообращения (Франка, электрическая модель и модель с распределенными параметрами).

Тест-контроль

Наибольший коэффициент вязкости из перечисленных жидкостей имеет:

1. вода
2. лимфа
3. кровь
4. плазма.



РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Обязательная:

- Ремизов А.Н. Медицинская и биологическая физика: учебник. -М.: ГЭОТАР-Медиа, 2012..-

Дополнительная:

- Федорова В.Н., Е. В. Фаустов. Краткий курс медицинской и биологической физики с элементами реабилитологии: учебное пособие. -М.:ГЭОТАР-Медиа,2010 .-
- Антонов В.Ф., А. М. Черныш, Е. К. Козлова [и др.] Физика и биофизика. Курс лекций: учебное пособие.-М.: ГЭОТАР-Медиа, 2008.-
- Ремизов А.Н., Максина А.Г. Сборник задач по медицинской и биологической физике: учеб. пособие для вузов. М. : Дрофа, 2010.
- Руководство к лабораторным работам по медицинской и биологической физике для самост. работы студентов /сост. О.Д. Барцева и др. Красноярск: Литера-принт, 2009.-
- Сборник задач по медицинской и биологической физике: учебное пособие для самост. работы студентов / сост. О.П.Квашнина и др. -Красноярск: тип.КрасГМА, 2007.-
- Физика. Физические методы исследования в биологии и медицине: метод. указания к внеаудит. работе студентов по спец. – педиатрия / сост. О.П.Квашнина и др. -Красноярск: тип.КрасГМУ, 2009.-

Электронные ресурсы:

- ЭБС КрасГМУ
- Ресурсы интернет
- Электронная медицинская библиотека. Т.4. Физика и биофизика.- М.: Русский врач, 2004.



Красноярский
Государственный
Медицинский
Университет
им. проф.
В.Ф.Войно-Ясенецкого



**БЛАГОДАРЮ
ЗА ВНИМАНИЕ**