



Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Красноярский государственный медицинский
университет имени профессора В. Ф. Войно-Ясенецкого»
Министерства здравоохранения Российской Федерации

Фармацевтический колледж

МАТЕМАТИКА

Рабочая тетрадь к практическим заданиям по геометрии для
обучающихся на базе основного общего образования

Красноярск
2018

УДК 51(07)
ББК 22.1
М 34

Составители: И. П. Клобертанц

Математика : рабочая тетрадь к практ. занятиям по геометрии для обучающихся на базе основного общего образования / сост. И. П. Клобертанц ; Фармацевтический колледж. – Красноярск : тип. КрасГМУ, 2018. - 53 с.

Рабочая тетрадь по геометрии к практическим занятиям по дисциплине «Математика» предназначена для аудиторной работы обучающихся, соответствует требованиям ФГОС СПО (2014 г.) рабочей программы дисциплины (2018 г.); адаптирована к образовательным технологиям с учетом специфики обучения.

Рекомендован к изданию по решению методического совета фармацевтического колледжа (Протокол № 1 от 17.09.2018 г.)

УДК 51(07)
ББК 22.1

© ФГБОУ ВО КрасГМУ
им. проф. В.Ф.Войно-Ясенецкого
Минздрава России, Фармацев-
тический колледж, 2018
© Клобертанц И. П., составление,
2018

Оглавление

Тема: Аксиоматика.....	4
Тема: Параллельность в пространстве	7
Тема: Перпендикулярность в пространстве	14
Тема: Углы между прямыми и плоскостями в пространстве	18
Многогранники.....	21
Тема: Сечение многогранников	29
Тела вращения	31
Тема: Решение задач по теме «Многогранники» и «Тела вращения»	36
Тема: Объемы геометрических тел.....	37
Тема: Площади поверхностей	40
Тема: Координаты пространства	47
Тема: Векторы в пространстве.....	49
Учебно-методическое и информационное обеспечение учебной дисциплины.....	51

Тема: Аксиоматика

Аксиомы стереометрии

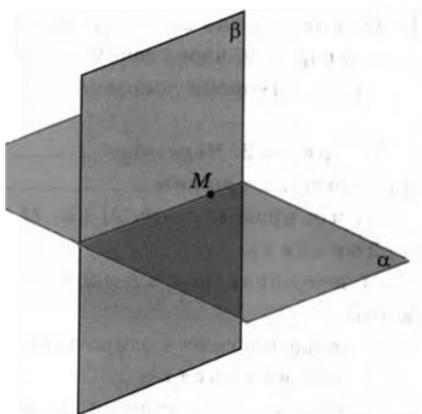
C_1 . Через любые три точки, _____, проходит _____ плоскость, _____ и _____ притом _____.

Рис.

C_2 . Если две точки прямой лежат в плоскости, то _____ лежат в этой плоскости.

C_3 . Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют _____, на которой лежат _____ этих плоскостей.

Рис.



Вопрос: три точки лежат в каждой из двух различных плоскостей. Можно ли утверждать, что эти точки лежат на одной прямой?

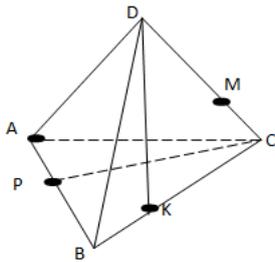
Ответ: Да. Так как каждая точка принадлежит обеим плоскостям, то эти плоскости по аксиоме _____ имеют _____.

Теорема 1. Через прямую и _____ точку проходит плоскость, и притом _____.

Теорема 2. Через две _____ прямые проходит плоскость, и притом _____.

Рис.

По рисунку ответьте на вопросы:

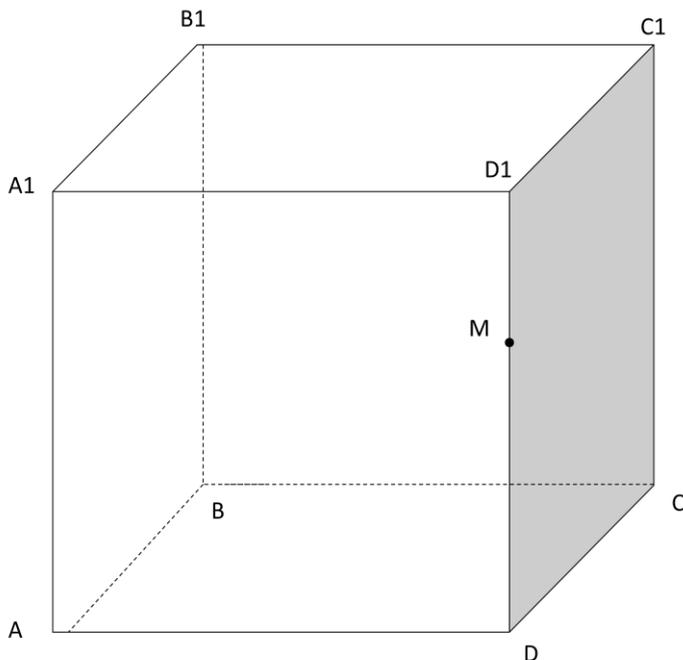


1. Каким плоскостям принадлежит точка: A, P, K, M, D .
2. На каких плоскостях лежат прямые: DB, DK, PC
3. В какой точке пересекаются прямая и плоскость: AD и ABC, PC и ABD, AB и PDC
4. По какой прямой пересекаются плоскости: ABD и BDC, ABC и ADC, PDC и ABC

1. $A \in ABC$, _____
2. _____
3. _____
4. _____

Работа в малых группах:

Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – куб



Сколько плоскостей можно провести через:

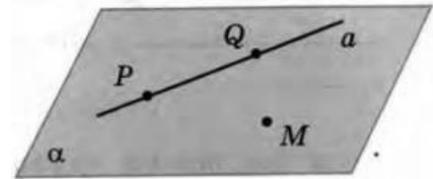
- прямую AD
- прямые AB и BB₁
- прямую BB₁ и точку D₁
- прямую DD₁ и точку M
- точку C
- точки A и D₁
- точки A, B, C
- точки D, D₁, M
- точки A, A₁, C₁, C
- точки A, D, M, C

(в случае затруднения, используйте простой карандаш для проведения плоскостей)

Задача 1.

Дано: прямая a , точка $M \notin \alpha$.

Доказать: через прямую a и точку M проходит плоскость



Доказательство:

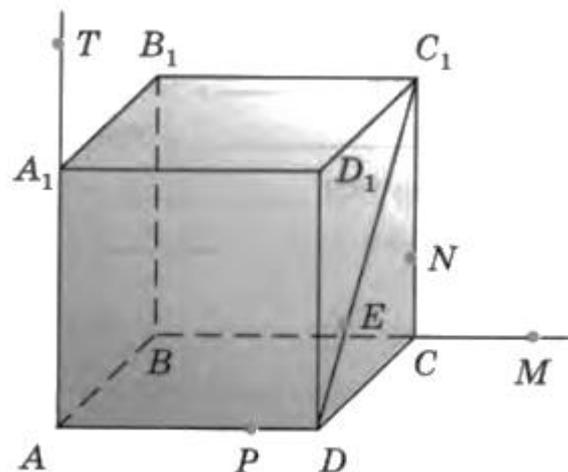
Пусть $P \in \alpha$, $Q \in \alpha$. Точки _____ не лежат на одной прямой, поэтому через эти точки по _____ проходит некоторая плоскость α . Так как $P \in \alpha$, $Q \in \alpha$ то прямая a лежит в плоскости α _____.

Итак, плоскость α _____ проходит через точку _____ и _____.

Задача 2.

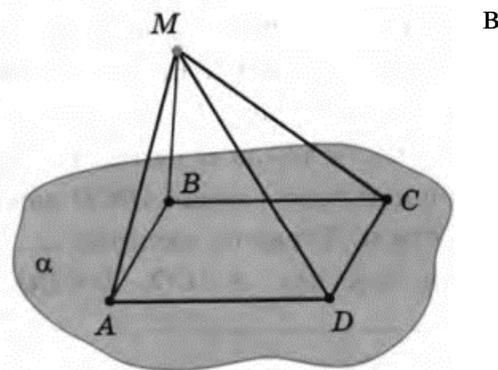
На рисунке изображен куб. Назовите:

- а) плоскости, в которых лежат прямые NE, MN, TP, PM;
- б) точки пересечения прямой MN с плоскостью DD_1C_1 ;
- в) прямые, по которым пересекаются плоскости ABC и D_1C_1N , $A_1B_1C_1$ и CDE.
- г) точки пересечения прямых AP и EC_1 , DE и B_1C_1 , AT и A_1D_1 .



Решение:

- а) прямая NE лежит в плоскости DDC_1 , прямая MN лежит в плоскости _____
прямая TP лежит в плоскости _____, прямая PM лежит в плоскости _____.
- б) прямая MN пересекает плоскость DDC_1 в точке _____
- в) плоскости ABC и $D_1 C_1 N_1$ пересекаются по прямой _____, плоскости $A_1 B_1 C_1$ и CDE пересекаются по прямой _____.
- г) прямые AP и EC_1 пересекаются в точке _____, прямые DE и $B_1 C_1$ пересекаются в точке _____, прямые AT и $A_1 D_1$ пересекаются в точке _____.



Задача 3

Точки M, N, P, Q не лежат в одной плоскости. Могут ли прямые MQ и NP пересекаться?

Решение:

_____. Если прямые MQ и NP пересекались, то _____, эти прямые лежали бы в _____ плоскости, а поэтому точки _____ также лежали бы в этой плоскости, что противоречит _____.

Задача 4.

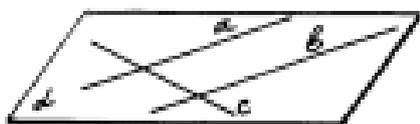
На рисунке точки A, B, C и D лежат в плоскости α , а точка M не лежит в этой плоскости. Пересекаются ли плоскости, проходящие через точки A, B, M и D, C, M ?

Решение:

_____. Плоскости ABM и DCM имеют общую _____, а потому согласно _____, они имеют _____, т.е. _____.

Тема: Параллельность в пространстве

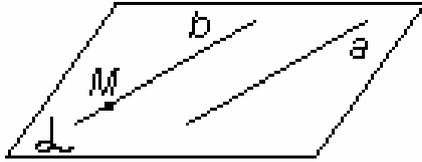
Определение. Две прямые в пространстве называются параллельными, если они _____ плоскости и не _____.



а _____ b (прямая a параллельна прямой b)
прямая c и прямая a _____

прямая c и прямая b _____

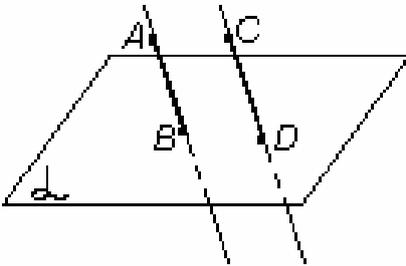
Теорема (о параллельных прямых). Через _____ точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, _____ данной, и притом _____.



$M \notin a$

$b \parallel a$ и $M \in b$ (b - единственная)

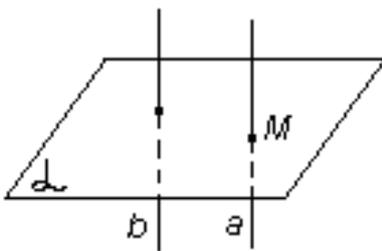
Определение. Два отрезка называются параллельными, если они _____ на _____.



отрезок $CD \parallel$ отрезку AB

Свойства параллельных прямых

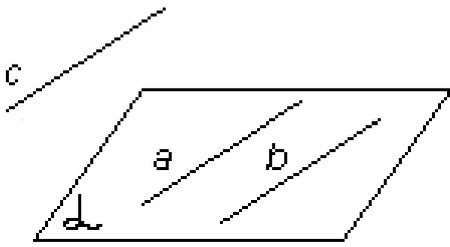
Свойство 1. Если одна из двух параллельных прямых _____ данную плоскость, то и другая прямая _____.



$a \parallel \alpha = M$

$b \parallel a \Rightarrow b \parallel \alpha$

Свойство 2. Если две прямые _____ прямой, то они _____.

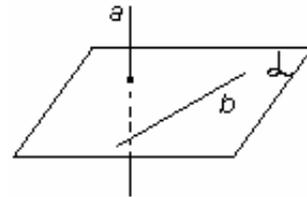
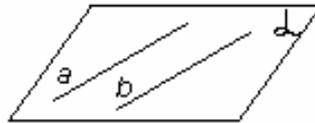
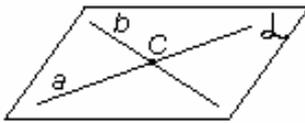


$$a \parallel c \\ b \parallel c \Rightarrow a \parallel b$$

Взаимное расположение прямых в пространстве

Определение. Две прямые называются скрещивающимися, если они _____ в одной плоскости.

Теорема (признак скрещивающихся прямых). Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая _____, _____ в _____ точке, _____, то эти прямые скрещивающиеся.



_____ прямые (_____ в одной плоскости).

_____ прямые (_____ в одной плоскости).

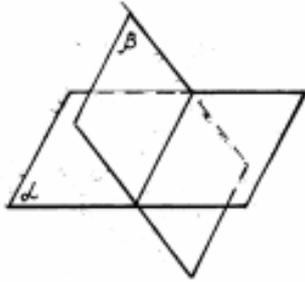
_____ прямые (_____ в одной плоскости).

Параллельность плоскостей

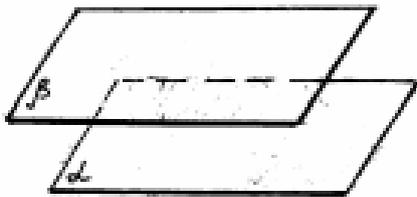
Определение. Две плоскости называются параллельными, если они _____ общих _____.

Теорема (признак параллельности двух плоскостей). Если две пересекающиеся прямые одной плоскости _____ двум _____ прямой _____ плоскости, _____ то _____ эти плоскости _____.

Случаи взаимного расположения плоскостей:

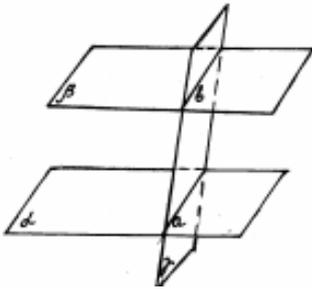


плоскости α _____ β

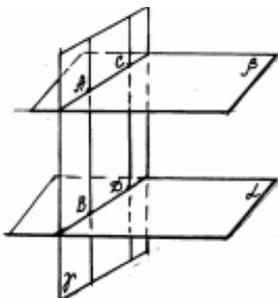


плоскости α _____ β

Свойства параллельных плоскостей:



1. Если две параллельные плоскости пересечены _____, то линии их пересечения _____.

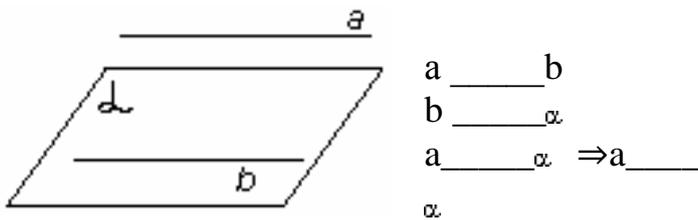


2. Отрезки параллельных прямых, заключённые между параллельными плоскостями, _____.

Параллельность прямой и плоскости

Определение. Прямая и плоскость называются параллельными, если они _____ точек (а _____ α)

Теорема (признак параллельности прямой и плоскости) Если прямая, _____ в данной плоскости, _____ какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она _____ плоскости.



Случаи взаимного расположения прямой и плоскости:

а) прямая _____ в плоскости;

Рис.

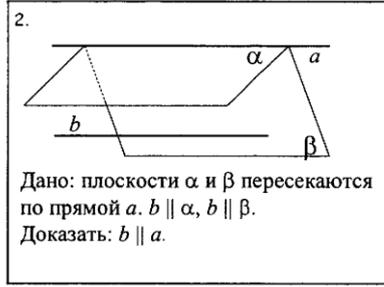
б) прямая и плоскость _____ точку;

Рис.

в) прямая и плоскость _____ общей точки.

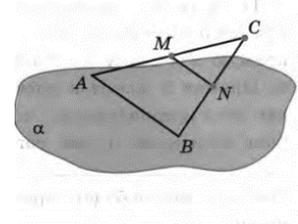
Рис.

Решение задач у доски по готовым чертежам:



Задача 5.

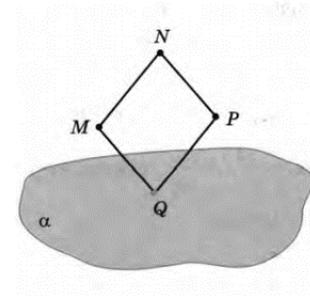
Вершина Q параллелограмма $MNPQ$ лежит в плоскости α , а точки M, N, P не лежат в этой плоскости. Докажите, что прямые MN и NP пересекают плоскость α .



Решение:

Прямая PQ пересекает плоскость α в точке _____.

Так как _____, поэтому согласно лемме о пересечении плоскости параллельными прямыми, прямая MN , параллельная _____, также _____



Прямая MQ пересекает _____

_____ поэтому _____

_____ прямая NP _____

_____.

Задача 6.

Сторона AB треугольника ABC лежит в плоскости α , а вершина C не принадлежит плоскости. Точки M и N середины сторон AC и BC . Докажите, что прямая MN параллельна плоскости α

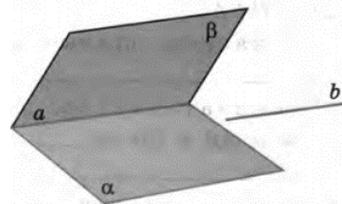
Решение:

Так как MN – средняя линия _____, то MN _____ AB , а поэтому согласно _____

_____, MN _____ α ,

Задача 7.

Докажите, что если данная прямая параллельна прямой, по которой пересекаются две плоскости, и не лежит в этих плоскостях, то она параллельна этим плоскостям.



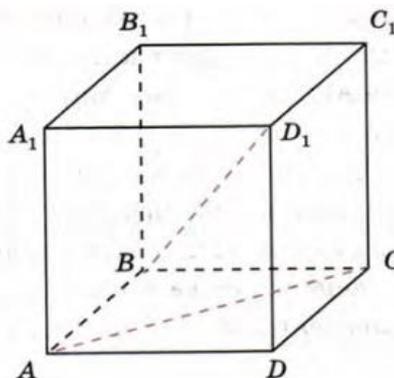
Решение:

Плоскости α и β пересекаются по прямой _____ и $b \parallel a$. Докажем, что $b \parallel \alpha$ и $b \parallel \beta$. Прямая a лежит в плоскости α , а $b \parallel a$, следовательно, $b \parallel \alpha$ по _____.

Аналогично, прямая a лежит _____ и _____, поэтому _____. Итак, прямая b параллельна обеим пересекающимся плоскостям _____ и _____.

Задача 8.

На рисунке изображен куб. Докажите, что прямые являются скрещивающимися:



- а) AA_1 и B_1C_1
- б) A_1D_1 и DC

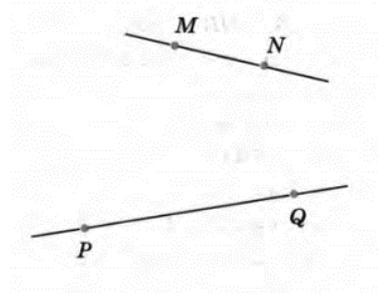
Решение:

а) прямая B_1C_1 лежит в плоскости $B_1C_1 D_1$, а прямая AA_1 пересекает эту плоскость _____, причем $A_1 \notin B_1C_1$, так как _____, поэтому, _____, прямые AA_1 и B_1C_1 являются _____

б) _____

Задача 9.

Прямые MN и PQ скрещивающиеся. Докажите, что прямые MQ и NP также скрещивающиеся.



Решение:

Допустим, что прямые MQ и NP не _____.

Тогда они лежат в некоторой плоскости β . Так как $M \in \beta$, $N \in \beta$, $Q \in \beta$, $P \in \beta$, то, согласно _____, прямые

_____ также будут _____.

Но это противоречит условию, значит прямые MN и PQ _____.

Задача 10.

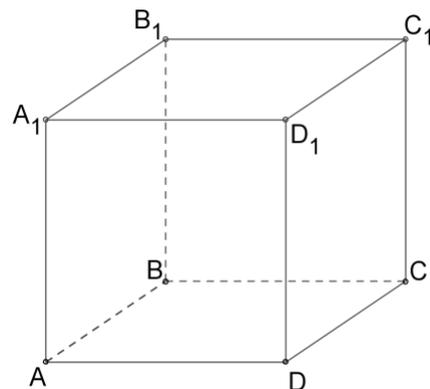
Используя данный куб

1. Определи взаимное расположение плоскостей ABC и AA_1B_1

Ответ: _____

2. Назови _____ плоскость параллельную AA_1B_1

Ответ: _____



Тема: Перпендикулярность в пространстве

Определение.

Перпендикулярные прямые в пространстве – две пересекающиеся или скрещивающиеся прямые, угол между которыми равен _____°.

Перпендикулярные прямые обозначаются: $a \perp b$.

Теорема (признак перпендикулярности прямой и плоскости) Если прямая перпендикулярна к двум _____, то она _____.

Лемма (о перпендикулярности двух прямых к третьей прямой). Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая _____ к этой прямой.

Теорема. Прямая перпендикулярна к плоскости, если она _____ к любой прямой, _____ плоскости.

Свойства прямых, перпендикулярных плоскости:

1. Если плоскость перпендикулярна одной из _____ прямых, то она _____ и другой.
2. Если одна из двух параллельных прямых _____ плоскости, то и другая прямая _____ этой плоскости.
3. Если две прямые _____ одной и той же плоскости, то они _____.

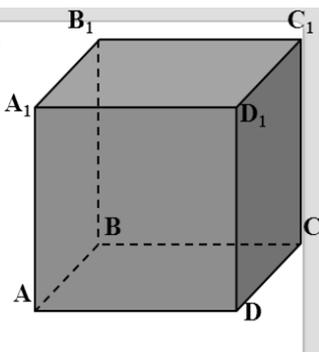
Теорема (о трех перпендикулярах) Наклонная к плоскости _____, лежащей в этой плоскости, тогда и только тогда, когда _____ перпендикулярна этой _____ прямой.

Признак (перпендикулярности двух плоскостей) Если одна из двух плоскостей содержит прямую, _____ другой плоскости, то эти плоскости _____.

Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$

1. Назовите прямую перпендикулярную AB, DD_1

2. Назовите плоскость перпендикулярную прямой $CC_1, A_1 D_1$



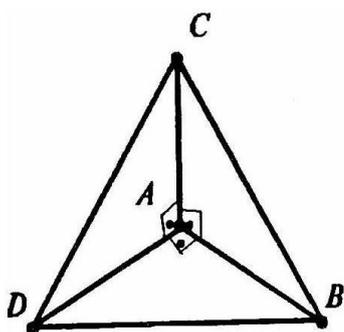
$AB \perp$ _____

$DD_1 \perp$ _____

$CC_1 \perp$ _____

$A_1 D_1$ _____

Решение задачи по чертежу



Дано:

Прямые AB , AC и AD попарно перпендикулярны.

$AB = 3$ см, $BC = 7$ см, $AD = 1,5$ см;

Найти: $CD=?$

Решение:

Задача 11.

Через точку O пересечения диагоналей ромба $ABCD$ проведена прямая OM , перпендикулярная к плоскости ромба, причем $OM = 6$ см, $AC = 16$ см, $BD = 4\sqrt{3}$. Найдите:

- расстояние от точки M до вершин ромба;
- расстояние от точки M до стороны DC

Решение:

а) четырехугольник $ABCD$ – ромб, а отрезки AC и BD – его диагонали, пересекающиеся в точке O , поэтому

$OA =$ _____

$OB =$ _____

Так как $MO \perp ABC$, то $MO \perp$ _____ и $MO \perp$ _____.

В треугольниках AMC и BMD медиана MO является и _____,

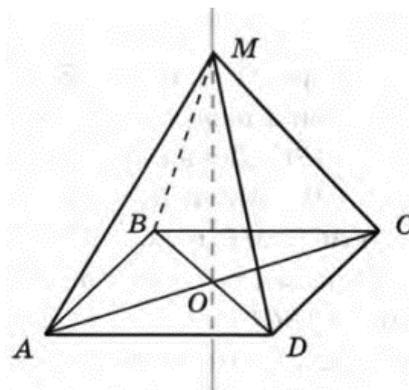
поэтому эти треугольники _____, т.е

_____.

Из прямоугольного треугольника AOM с катетами 6 см и 8 см имеем:

$MA =$ _____.

Из прямоугольного треугольника BOM находим: $MB =$ _____ см.



Итак, $MA=MC=$ _____ см. $MB=MD=$ _____ см.

б) в треугольнике DMC проведем $MP \perp DC$ и рассмотрим плоскость MOP . Прямая DC перпендикулярна к двум пересекающимся прямым _____ и _____ этой плоскости, следовательно, по _____ $DC \perp$ _____, а потому перпендикулярна любой прямой, лежащей в этой плоскости, в частности $DC \perp OP$. Треугольник COD – прямоугольный, так как _____, OP – его высота поэтому

$$OP = \frac{CO \cdot OD}{DC} = \frac{\quad \cdot \quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

Ответ: а) _____ б) _____

Задача 12.

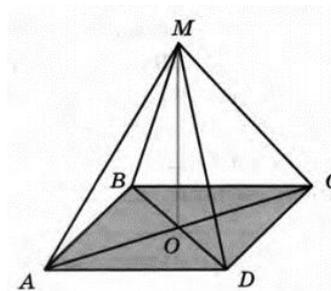
Четырехугольник $ABCD$ – квадрат, O – точка пересечения его диагоналей, $OM \perp ABC$. Докажите, что:

- а) $BD \perp MA$ и $BD \perp MC$
- б) $AC \perp MB$ и $AC \perp MD$

Решение:

Четырехугольник $ABCD$ – квадрат, поэтому $AC \perp$ _____ . По условию $OM \perp ABC$, следовательно, $MO \perp$ _____ и $MO \perp$ _____.

- а) Рассмотрим плоскость AMC . Прямая BD перпендикулярна к двум пересекающимся прямым _____ этой плоскости, следовательно, _____ по _____



$BD \perp$ _____, а потому прямая BD перпендикулярна любой прямой, лежащей в этой плоскости, в частности $BD \perp$ _____ и $BD \perp$ _____

- б) Рассмотрим _____ плоскость _____ BMD .

Задача 13.

Дан параллелепипед $ABCD A_1B_1C_1D_1$, основанием которого является ромб $ABCD$, а боковое ребро перпендикулярно к плоскости основания. Докажите, что диагональ B_1D параллелепипеда перпендикулярна к диагонали AC его основания.

Решение:

$BB_1 \perp ABC$ _____, диагональ B_1D – наклонная к плоскости ABC , BD - проекция _____, диагональ AC лежит в плоскости ABC , $AC \perp BD$, так как _____.
Следовательно, согласно теореме _____, $AC \perp$ _____.

Тема: Углы между прямыми и плоскостями в пространстве

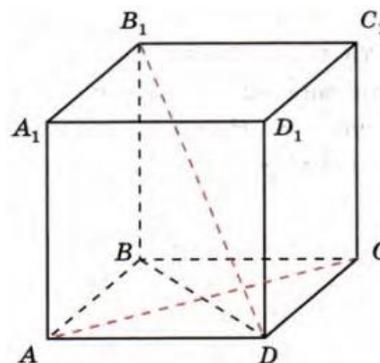
Определение. Угол между прямой и плоскостью – это угол между прямой и её _____ на эту плоскость

Определение. Угол между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и не перпендикулярной к ней, - это угол между прямой и её _____ на эту плоскость.

Вопрос. Как находят проекцию прямой на плоскость?

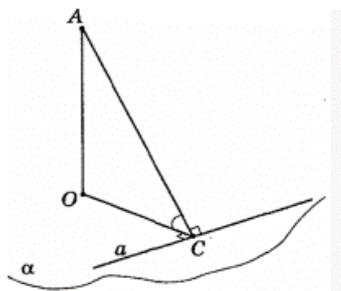
Ответ:

1. Опустить _____ отрезок из любой точки прямой на плоскость.
2. Соединить эту точку с точкой пересечения прямой и плоскости. Это и будет _____.

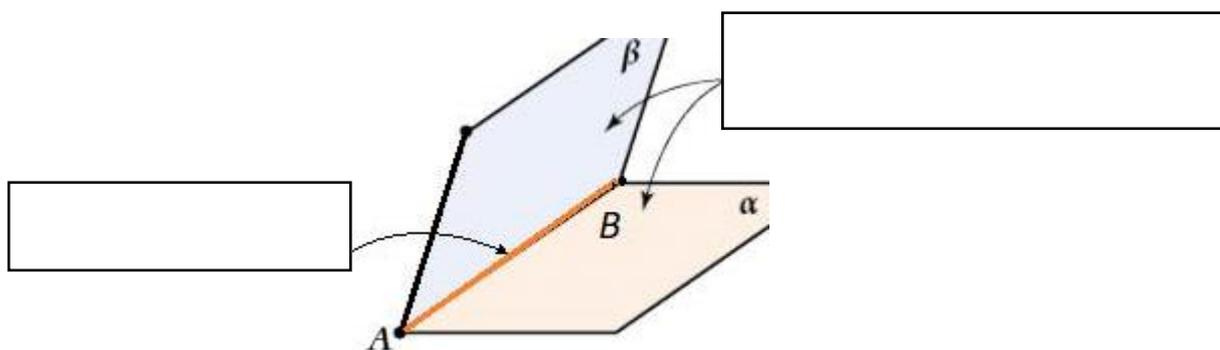


Укажите на рисунке

- проекцию наклонной
- наклонную
- перпендикуляр
- основание перпендикуляра



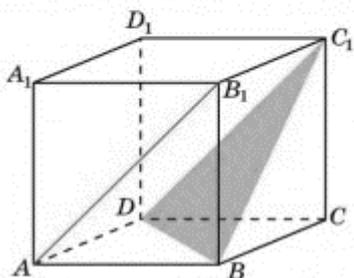
Определение. Двугранный угол – это фигура, образованная двумя _____, исходящими из одной прямой.



Двугранный угол измеряется _____ своего _____ угла.

Задача 14.

В кубе $A...D_1$ найдите угол между
прямой и плоскостью
 AB_1 и BC_1D .



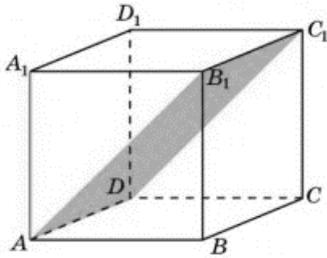
Решение:

Спроектируем AA_1 на
плоскость AB_1C_1 , это будет
диагональ AB_1 . Угол между
прямой AA_1 и
_____ AB_1 равен 45 градусов.
(т.к. грань куба - это квадрат,
диагональ квадрата составляет
_____ градусов с его стороной)

Ответ: 45^0

Задача 15

В кубе $A...D_1$ найдите угол между
 прямой и плоскостью
 AA_1 и AB_1C_1 .



Решение:

Прямая AB_1 _____
 прямой DC_1 в плоскости BC_1D , а
 значит, по теореме о _____

_____.
 AB_1 параллельна плоскости BC_1D .
 Следовательно, угол между
 перпендикулярной прямой и
 плоскостью считают _____ градусов.
 Угол, между параллельной прямой и
 плоскостью _____ градусов.

Ответ: _____

Задача 16.

К плоскости равнобедренного прямоугольного треугольника ABC с гипотенузой $AB = 12\sqrt{3}$ см проведен перпендикуляр DC , равный 18 см. Найдите угол между плоскостями DAB и CAB

Решение.

Треугольники ABC и ADB равнобедренные. Треугольник ABC _____
 _____, а в треугольнике ADB $DA =$ _____,
 так как эти стороны _____

_____. Поэтому медианы CF и DF этих
 треугольников проведенные из вершин C и D к общему основанию
 _____, являются _____, и,
 следовательно, $\angle DFC$ – линейный угол _____,
 а значит угол между плоскостями DAB и CAB равен \angle _____.

Треугольник DCF прямоугольный, $DC =$ _____,

$CF = \frac{1}{2}$ _____ = _____ см и поэтому $\text{tg} \angle DFC =$ _____ =

_____ = _____ откуда $\angle DFC =$ _____

Ответ: _____

МНОГОГРАННИКИ

Тема: Призма. Параллелепипед. Куб

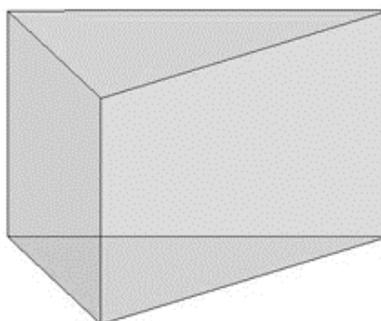
Определение. Многогранник – это _____, граница которого состоит из кусков _____ плоскостей (_____). Эти многоугольники называются _____, их стороны – _____, их вершины – _____ многогранника.

Отрезки, _____ соединяющие _____ две вершины и не лежащие на одной грани, называются _____ многогранника. Многогранник – выпуклый, если все его _____ расположены _____ него.

Определение. Многогранник, у которого две грани — равные многоугольники с соответственно параллельными сторонами, а все остальные n граней — параллелограммы, называется _____.

Укажите:

- Вершины
- Основания
- Боковые ребра
- Боковые грани
- Противоположные грани

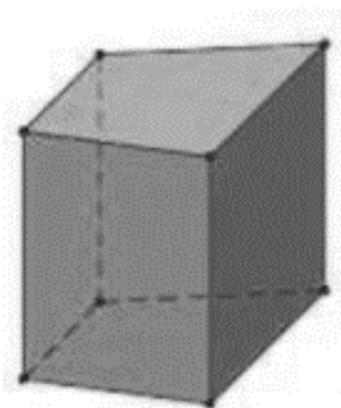
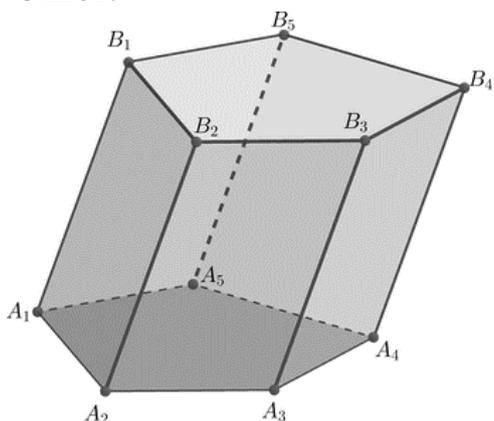


Определение. Прямая призма называется **правильной**, если её основания — _____.

Определение. Призма, боковые рёбра которой не перпендикулярны основаниям, называется _____ **призмой**.

Вопрос: постройте на рисунке высоту призмы.

Ответ:



Определение. Призма, в основании которой лежит параллелограмм, называется _____.

У параллелепипеда все грани – _____.

Грани параллелепипеда, не имеющие общих вершин, называются _____.

У параллелепипеда противоположные грани _____ и _____.

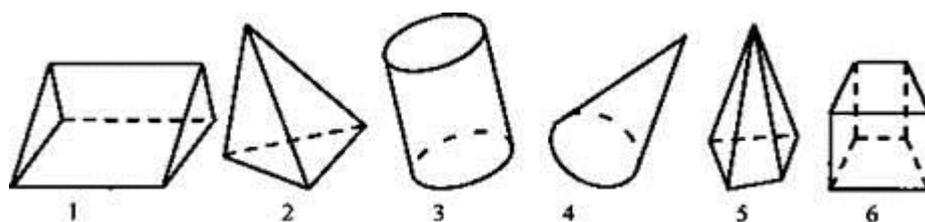
_____ параллелепипеда, как и многогранника, называется отрезок, соединяющий вершины параллелепипеда, не лежащие в одной его грани.

Диагонали параллелепипеда пересекаются в _____ точке и точкой пересечения _____.

Прямоугольным параллелепипедом называется такой прямой параллелепипед, в основании которого лежит _____.

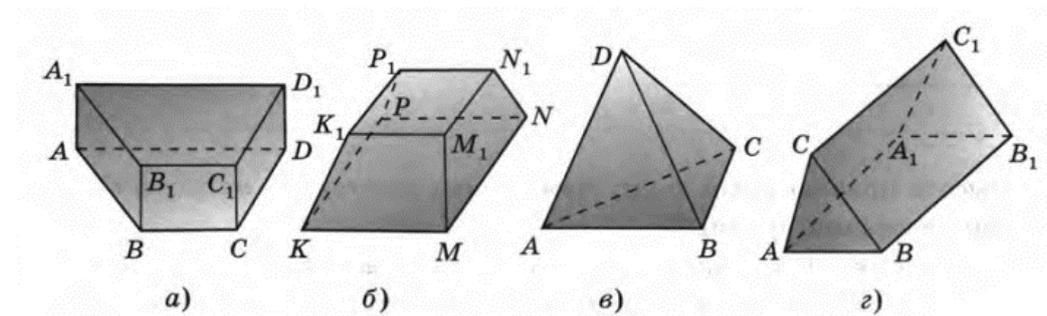
В прямоугольном параллелепипеде квадрат любой диагонали равен сумме квадратов трёх его измерений: _____.

Из представленных фигур выбрать многогранник:



Задача 17.

Какой из данных многогранников является призмой?



Решение:

а) Грани $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ многогранника

_____ равны и расположены в параллельных _____.
Остальные _____ грани-параллелограммы. Следовательно, _____
_____ $ABCD A_1B_1C_1D_1$ _____ призмой.

б) Грань KK_1M_1M многогранника _____ не
является _____. Следовательно, этот
многогранник _____ призмой.

У многогранника $ABCD$ нет граней, расположенных в _____
плоскостях. Следовательно, этот многогранник _____
призмой.

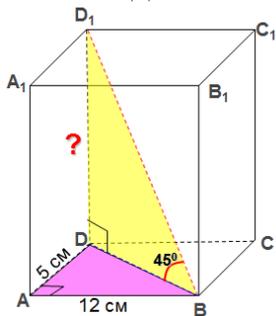
в) У многогранника $ABCD$ нет граней, расположенных в _____
плоскостях. Следовательно, этот _____ многогранник
_____ призмой.

г) Грани ABC и $A_1B_1C_1$ _____ $ABC A_1B_1C_1$ –
равные _____, расположенные в _____ в
_____ плоскостях. Остальные _____ грани
являются _____.

Следовательно, _____ многогранник _____ ABC
 $A_1B_1C_1$ _____ призмой.

Задача 17-1.

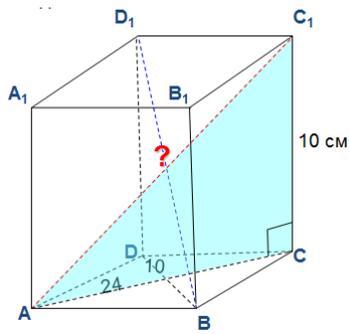
В прямоугольном параллелепипеде стороны основания равны 12 см и 5 см. Диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол 45° . Найдите боковое ребро параллелепипеда.



Задача 17-2.

Основанием прямого параллелепипеда является ромб с диагоналями 10 см и 24 см, а высота параллелепипеда 10 см. Найдите большую диагональ параллелепипеда.

Решение:



Задача 17-3.

Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда по трем измерениям: 1, 2, 2.

Решение:

Задача 17-4.

Диагональ правильной четырехугольной призмы равна 25 см, а диагональ ее боковой грани 20 см. Найдите высоту призмы.

Решение:

Задача 17-5.

Боковое ребро наклонной треугольной призмы равно 18 см и наклонено к плоскости основания под углом 45° . Найдите высоту призмы.

Решение:

Задача 18.

Высота призмы равна 5 см. Чему равно расстояние между плоскостями оснований призмы?

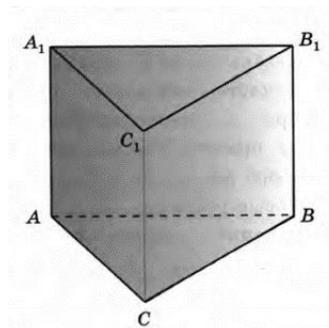
Решение:

Основания призмы расположены в _____ плоскостях, а расстояние между параллельными плоскостями называется _____ от произвольной _____ одной из параллельных _____ до другой плоскости. Расстоянием от данной плоскости называется длина

_____ , проведенного из этой _____ к данной _____ . Поскольку высотой призмы называется _____ , проведенный из какой-нибудь точки одного _____ к плоскости другого _____ , то длина высоты и есть искомое _____ между плоскостями оснований _____ .
 Ответ: _____ см.

Задача 19.

Основание прямой призмы – треугольник ABC, в котором $AB=\sqrt{7}$, $AC=2$, $BC=3$. Найдите двугранный угол при боковом ребре CC_1 .



Решение:

Поскольку призма $ABC A_1B_1C_1$ прямая, то ребро CC_1 _____

к плоскости ABC, а значит, AC _____ CC_1 и BC _____ CC_1 (по _____ прямой,

перпендикулярной плоскости), следовательно, угол ACB является _____ углом искомого двугранного угла ACC_1B .

В треугольнике ABC $AB^2=AC^2+BC^2-2AC \cdot BC \cdot \cos C$ (теорема _____), т.е. $(\sqrt{7})^2=2^2+3^2-2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cos C$, откуда $\cos C = \frac{2^2+3^2-7}{2 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{4+9-7}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

Следовательно, $\angle ACB = 60^\circ$, т.е. двугранный угол ACC_1B равен _____.

Ответ: _____

Тема: Пирамида. Тетраэдр

✓ _____, одна грань которого является n-угольником, а остальные грани — _____ с общей вершиной, называется пирамидой, n-угольник _____ называется _____ пирамиды, а треугольники — _____.

✓ Общая вершина боковых граней называется _____ пирамиды.

✓ Отрезки, соединяющие вершину пирамиды с вершинами основания, называются _____ пирамиды.

- ✓ В зависимости от количества сторон основания, пирамиды могут быть _____, _____, _____.
- ✓ Перпендикуляр, проведённый из вершины пирамиды к плоскости основания, называется _____ пирамиды.
- ✓ Угол, который образован двумя боковыми гранями, называется _____ при боковом ребре пирамиды.
- ✓ Угол, который образован двумя боковыми рёбрами одной грани пирамиды, называется _____ пирамиды

Ответ на вопросы:

1. Сколько граней, боковых ребер у n-угольной пирамиды?

Ответ: _____

2. Какое наименьшее число граней может иметь пирамида?

Ответ: _____

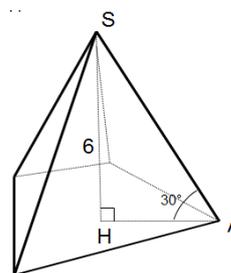
3. Высота пирамиды равна 3см. Чему равно расстояние от вершины пирамиды до плоскости основания?

Ответ: _____

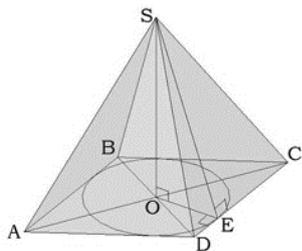
4. Боковые ребра треугольной пирамиды равны 7 см, 12 см, 5 см. Одно из них перпендикулярно к плоскости основания. Чему равна высота пирамиды?

Ответ: _____

5. Дана четырехугольная пирамида. Высота равна 6, угол, образованный боковым ребром с плоскостью основания – 30° . Найти ребро пирамиды AS



Задача 20.



На рисунке изображена четырёхугольная пирамида _____

Основание — _____.

Вершина проецируется в точку пересечения _____ —
основание _____ или проекция вершины.

SA, SB, SC, SD — _____,
AB, BC, CD, DA — _____.

Угол при вершине пирамиды - _____.

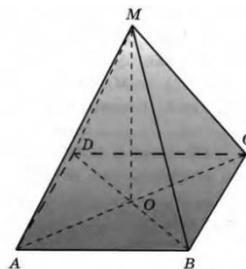
- ✓ Пирамида называется **правильной**, если ее основание — _____, а высота проходит через _____.
- ✓ **Апофемой** боковой грани пирамиды называется _____, проведенная из вершины пирамиды.
- ✓ Плоскость, параллельная основанию пирамиды, отсекает ее на подобную пирамиду и _____.

Свойства правильных пирамид:

- Боковые ребра правильной пирамиды - _____.
- Боковые грани правильной пирамиды - равные друг другу _____ треугольники.

Задача 21.

Основание пирамиды - параллелограмм со сторонами 6 и 8 см, высота пирамиды 12 см, а ее боковые ребра равны между собой. Найдите длину бокового ребра.



Решение:

Пусть отрезок MO -высота _____, так как $MA=MB=$ _____ = _____, то $OA=$ _____ = _____ = _____, поэтому точка O -центр _____,

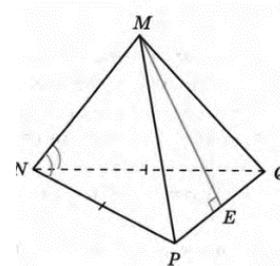
_____ около параллелограмма $ABCD$. Но тогда параллелограмм является _____, диагонали, которого пересекаются в точке _____ и равны друг другу _____. По теореме Пифагора $AC^2=AB^2+$ _____ = 6^2+ _____ = _____ = _____ см. Следовательно, $OA=$ _____ см. $MO^2=OA^2+$ _____ = 5^2+ _____ = _____ = _____ см.

Ответ: _____ см.

Задача 22.

В тетраэдре $MNPQ$ ребро $MN=3\sqrt{2}$, $NP=NQ=7$, $PQ=8$ см.

$\angle MNP = \angle MNQ = 45^\circ$. Найдите площадь грани MPQ .



Решение:

$\triangle MNP = \triangle MNQ$, так как _____.
Поэтому $MP=$ _____.

По теореме косинусов для $\triangle MNP$ имеет $MP^2=$ _____ =
_____ = _____ =

$=$ _____. $\triangle MPQ$ равнобедренный, так как _____, А потому его высота ME является _____, т.е $PE=$ _____ см.

Итак, в прямоугольном треугольнике MEP гипотенуза _____,
_____ катет, следовательно, $ME=$ _____ см.

$S(\triangle MPQ)=\frac{1}{2} =$ _____ $=\frac{1}{2} =$ _____ см² = _____ см²

Ответ: _____ см²

Тема: Сечение многогранников

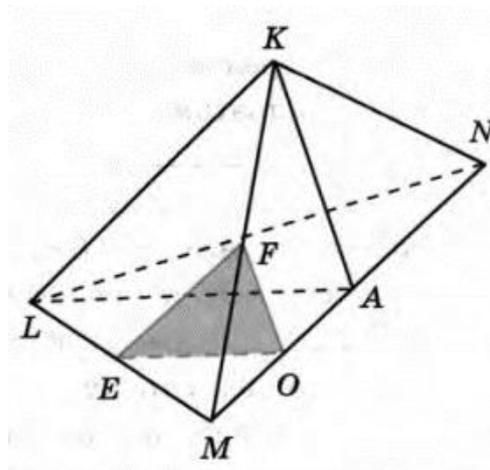
Задача 23.

Постройте диагональное сечение прямого параллелепипеда, т.е сечение содержащее диагональ параллелепипеда боковое ребро. Докажите, что построенное сечение является прямоугольником.

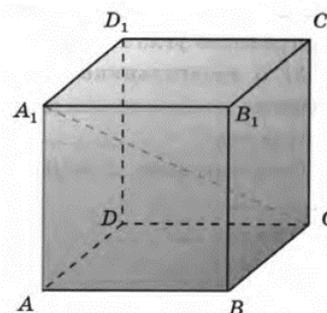
и

Решение:

Рассмотрим сечение содержащее диагональ AC и ребро AA_1 . Секущая плоскость AA_1C имеет с плоскостью грани $ABCD$ две общие точки _____ и _____, следовательно, эти плоскости пересекаются по прямой _____, а отрезок _____ служит стороной сечения. Проведем тот отрезок. Так как $AA_1 \parallel CC_1$, то эти прямые лежат в плоскости сечения, а значит, отрезки AA_1 и _____ стороны сечения. Наконец, отрезок _____ четвертая сторона _____ . Проведем этот отрезок. Итак, искомое сечение – четырехугольник _____.



Так как боковые ребра параллелепипеда _____ и _____, то четырехугольник AA_1C_1C _____.



Данный параллелепипед прямой, поэтому $AA_1 \parallel CC_1$

_____ к плоскости основания, следовательно, $AA_1 \parallel AC$, а потому параллелограмм AA_1C_1C является _____, что и требовалось доказать.

Задача 24.

На рисунке изображен тетраэдр $KLMN$. Постройте сечения этого тетраэдра плоскостью, проходящей через ребро KL и середину A ребра MN .

Решение:

Так как точки L и A принадлежат секущей плоскости и грани _____ тетраэдра, то секущая плоскость пересекается с этой гранью по _____. Аналогично секущая плоскость пересекается с гранью KMN по _____. Следовательно, _____

- искомое сечение.

Задача 25.

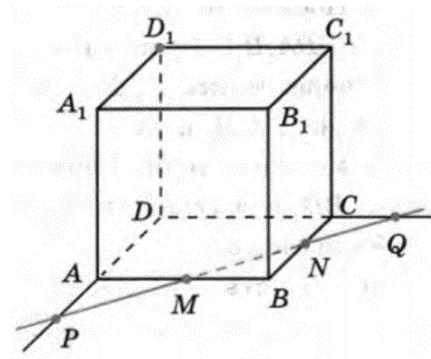
На ребрах DD_1 и CC_1 параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ отмечены точки P и F . Постройте точку пересечения прямой PF с плоскостью ABC

Решение:

Поскольку точки P и F лежат в плоскости $DD_1 C_1$, то прямая PF _____, и так как на рисунке прямые PF и DC не параллельны, то прямая PF пересекает прямую _____, а значит, и _____ в некоторой _____.

Задача 26.

В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ на ребрах AB и BC отмечены точки M и N . Постройте сечение параллелепипеда с плоскостью $D_1 MN$.

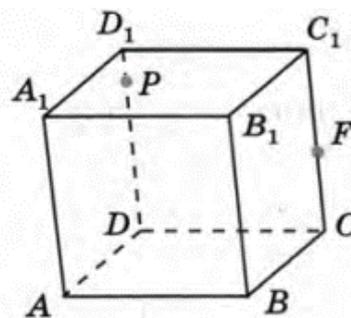


Решение:

Пусть прямая MN пересекает продолжения ребер AD и DC в точках P и Q . Тогда прямые PD_1 и QD_1 пересекают ребра _____ в некоторых точках _____. Итак, искомое сечение _____.

Задача 27.

Постройте сечение параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с плоскостью AEF , где точка E принадлежит ребру BC , а F – внутренняя точка грани $DCC_1 D_1$



Решение:

Пусть прямая AE пересекает продолжение ребра _____ в некоторой точке _____, тогда прямая _____ лежит в плоскости _____ и

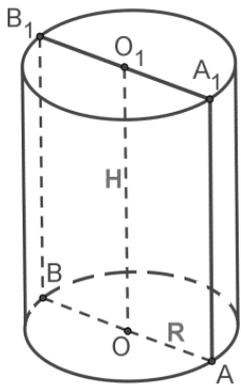
пересекает ребра _____ в некоторых
 точках _____. Итак, искомое
 сечение _____.

ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ

Тема: Цилиндр

Определение.

Цилиндр - это _____, которое получается при
 _____ вокруг его
 стороны.



_____ - диаметр

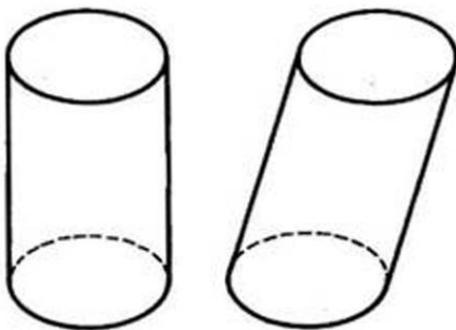
Прямоугольник AOO_1A_1 вращается вокруг
 стороны _____.

_____ - ось симметрии цилиндра _____ -
 высота цилиндра.

_____ - образующая цилиндра, длина которой равна длине
 высоты цилиндра.

_____ - радиус цилиндра.

Виды цилиндров

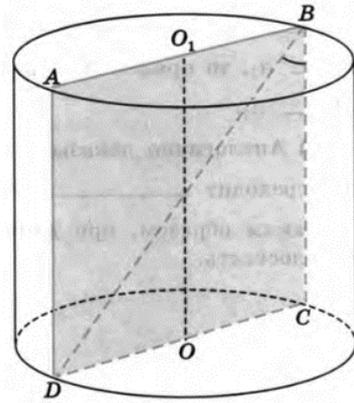


Задача 28.

Диагональ осевого сечения равна 48 см. Угол между этой диагональю и
 образующей цилиндра равна 48° . Угол между этой диагональю и
 высотой цилиндра равна 60° .
 Найдите высоту и радиус цилиндра.

Решение:

Осевое сечение цилиндра представляет собой _____, стороны BC и AD которого являются _____ цилиндра, а две другие стороны _____ оснований цилиндра. По условию задачи $BD =$ _____ см, $\angle DBC =$ _____



Высота цилиндра равна его _____, а $BC = BD \cos$ _____ $=$ _____ $\cdot \frac{1}{2} =$ _____ - см., т.е. высота _____ равна _____ см.

Радиус цилиндра – это _____ основания цилиндра:

$$OC = \frac{1}{2}DB = \frac{1}{2}DB \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ см.}$$

Тема: Конус

Определение.

Конус — _____, которое получается в результате _____ вокруг его _____.

Треугольник _____ вращается вокруг стороны PO .
_____ - ось конуса и высота конуса.

_____ - вершина конуса.

_____ - образующая конуса.

Круг с центром O - _____.

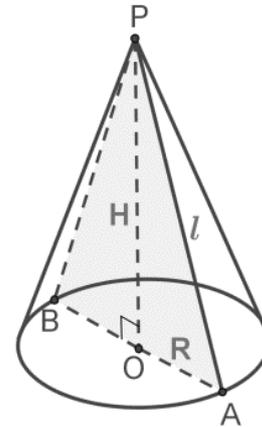
AO - _____.

Осевое сечение конуса - это _____
плоскостью, которая проходит через ось PO конуса.

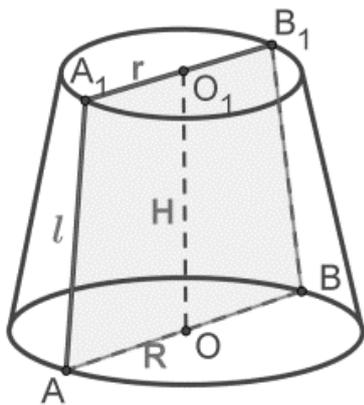
Осевое сечение конуса - это _____

_____ - осевое сечение конуса.

$\angle PAO =$ _____ - углы между образующими и основанием конуса.



Если провести сечение конуса плоскостью, перпендикулярной оси конуса, то эта плоскость разбивает конус на две части, одна из которых — конус, а другую часть называют _____.



_____ - ось конуса и высота конуса.

_____ - образующая конуса.

Круги с центрами O и O_1 - _____.

AO и A_1O_1 — радиусы оснований конуса.

_____ - это сечение конуса плоскостью, которая проходит через ось OO_1 конуса.

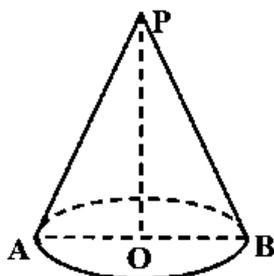
Осевое сечение конуса - это _____.

$A_1O_1O_1A$ — осевое сечение конуса.

Задача 29.

Высота конуса равна 15 см, радиус основания равен 8 см. Найдите образующую конуса.

Решение:



По условию $SO=h$, $r=OA$, по теореме

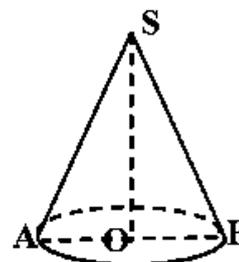
$$AS^2=SO^2+_____ = 15^2+_____ = _____ \text{ см}$$

Ответ: _____ см.

Задача 30.

Осевое сечение конуса – прямоугольный треугольник. Найдите площадь этого сечения, если радиус основания конуса равен 5 см.

Решение.



$$S(APB)=\frac{1}{2}AP \cdot PB=_____ , \text{ так как}$$

_____, $2AP^2=AB$ по теореме

_____. $AB = _____ \text{ см.}$

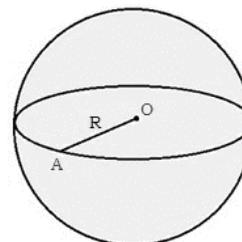
$$AP^2=\frac{1}{2}_____ = _____ \text{ см}$$

$$S(APB)=\frac{1}{2}_____ \text{ см}^2$$

Ответ: _____ см^2

Тема: Шар и сфера

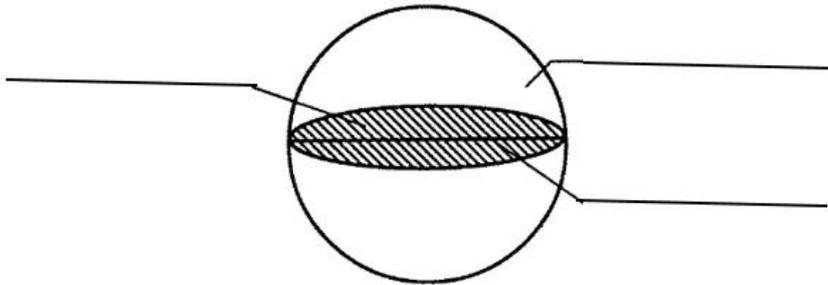
Шаром называется _____, которое состоит из всех _____, _____ находящихся на расстоянии, не большем данного, от данной точки.



_____ называется сферой.

$R =$ _____

Укажите элементы шара:

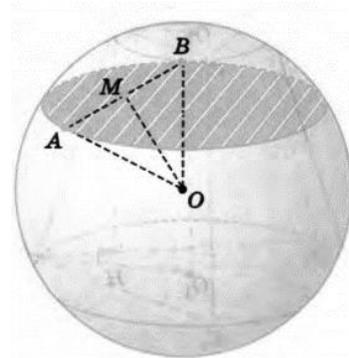


Задача 31.

Точки A и B лежат на сфере с центром $O \notin AB$, а точка M лежит на отрезке AB . Докажите, если M – середина отрезка AB , то $OM \perp AB$.

Решение:

Пусть точка M – середина отрезка AB , R – радиус сферы. Треугольник AOB равнобедренный, т.к. _____ = R , поэтому медиана OM является также _____, т.е. _____ AB .

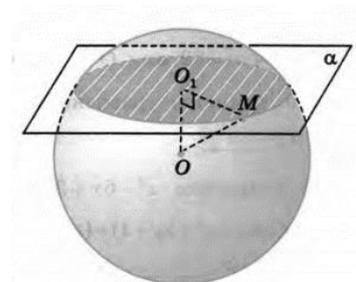


Задача 32.

Шар радиуса 17 см пересечен плоскостью, находящейся на расстоянии 8 см от центра. Найдите площадь сечения.

Решение:

Пусть точка O – центр шара $R = 17$ см, а α – секущая плоскость и $OO_1 \perp \alpha$. По условию задачи расстояние OO_1 от центра шара до секущей плоскости меньше радиуса шара, поэтому сечение шара плоскостью α является _____, площадь которого $S =$ _____ r^2 , где _____ – радиус сечения. Возьмём



точку M на линии пересечения сферы и плоскости α , тогда треугольник OO_1M _____ ($\angle O_1 =$ _____,

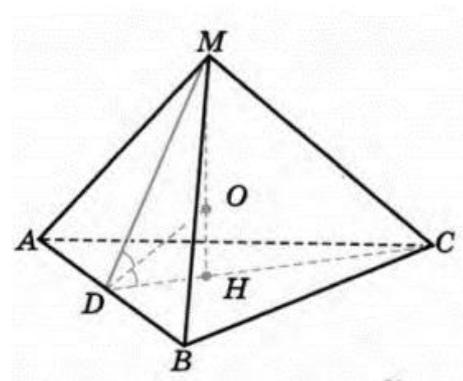
$OM = R =$ _____, $OO_1 =$ _____ см), откуда находим:
 $O_1M = r =$ _____, $S_{\text{сеч}} =$ _____

Ответ: $S_{\text{сеч}} =$ _____ см^2

Тема: Решение задач по теме «Многогранники» и «Тела вращения»

Задача 33.

В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 12 см, а угол наклона боковой грани к плоскости основания 60° . Найдите радиус вписанной в пирамиду сферы.



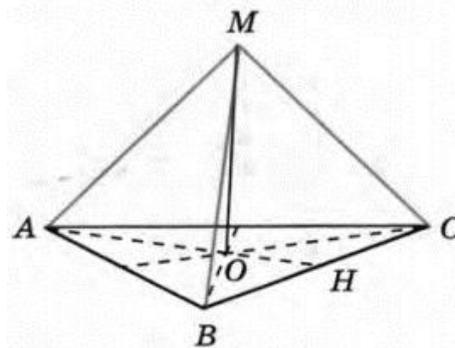
Решение:

Пусть $MABC$ – правильная треугольная пирамида, MH – высота. Центр O вписанной в пирамиду сферы лежит на высоте MH и $OH = r$ – искомый _____ . Пусть $CD \perp AB$, тогда $H \in$ _____ и $\angle MDC$ – линейный _____ при ребре AB . По условию он равен _____. Так как точка O – центр вписанной сферы, то она является точкой пересечения полуплоскости, делящей пополам _____ при ребре AB , и ее высоты MH . Поэтому луч DO – _____ угла MDC и угла $ODH =$ _____. Из _____ треугольника _____ находим радиус сферы: $OH =$ _____ = _____

Ответ: _____

Задача 34.

Расстояние от точки M до каждой из вершин правильного треугольника ABC равно 4 см. Найдите расстояние от точки M до плоскости ABC , если $AB=6$ см.



Решение:

Пусть MO – перпендикуляр к плоскости ABC , тогда расстояние от точки M до плоскости α равно _____. Так как $MO \perp \alpha$, то $MO \perp OA$, $MO \perp$ _____ ,

$MO \perp$ _____. Треугольник $AOM =$ _____ = _____ по

_____, следовательно,

$OA=OB=OC$, т.е точка O равноудалена от _____

и значит, является центром этого треугольника. Поэтому $AO=$ _____ = _____ =

= _____ см, и из прямоугольного треугольника AMO находим:

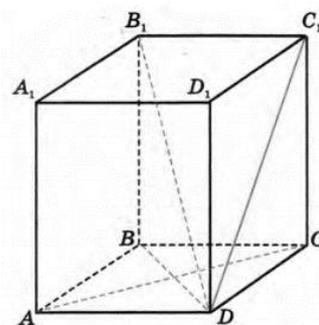
$MO=$ ____ =

= _____ = _____ см

Тема: Объемы геометрических тел

Задача 35.

Найдите объем прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, если $AC=15$ см, $DC_1=4\sqrt{13}$ см, $DB_1=17$ см.



Решение:

Пусть V – искомый объем, тогда $V=AB \cdot AD \cdot AA_1$. Из определения прямоугольного параллелепипеда следует, что боковые ребра _____ к плоскости основания, а основанием является _____.

ΔB_1BD _____, т.к. B_1B _____ ABC ,

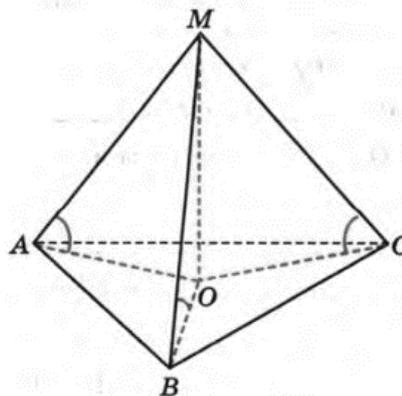
причем $BD =$ _____ = _____ см, $DB_1=$ _____ см. По теореме _____

V призмы= _____ = _____

Ответ: _____

Задача 37.

В основании пирамиды лежит равнобедренный треугольник со сторонами 10, 10 и 12 см. Боковые ребра наклонены к плоскости основания под углом 45° . Найдите объем пирамиды.



Решение:

Пусть $MAVC$ – данная пирамида, отрезок MO - ее высота. Тогда угол MAO =
= _____ = _____ = _____.

Треугольники MAO , MBO и равны по _____, MO - _____

и _____ углу, поэтому AO
= _____ = _____, а значит, точка O – центр _____

_____ $R=AO$ – ее радиус. Искомый объем
_____ вычисляется по формуле $V=\frac{1}{3}S_{ABC} \cdot$ _____.

Площадь треугольника ABC находим по формуле Герона:

$$S_{ABC}=\sqrt{p \cdot \cdot \cdot} = \cdot \cdot \cdot \text{ (см}^2\text{)}.$$

Далее найдем R , воспользовавшись формулой $R=(adc):$ _____ . Получаем

$R=$ _____ см. Из _____ треугольника MAO
находим _____ $MO=R$ _____ = _____ см.

Итак, $V=$ _____ = _____ = _____

Ответ: _____

Задача 38.

Найдите отношение объемов шара и цилиндра, если высота цилиндра равна диаметру, а радиус равен радиусу цилиндра.

Решение:

Пусть r -радиус цилиндра, тогда его высота равна _____, а радиус шара равен r . Следовательно, $V_{ц} = \text{_____} = \text{_____}$,

$$V_{ш} = \text{_____} \text{ и } \frac{V_{ш}}{V_{ц}} = \text{_____} = \text{_____}$$

Ответ:

Тема: Площади поверхностей

Площадь поверхности геометрической фигуры измеряется в _____.

Различают два вида площадей поверхности тел:

$S_{бок}$ - _____ тела,

$S_{пш}$ - _____ тела, которая равна сумме площадей боковой поверхности и основания тела.

Формула площади поверхности призмы

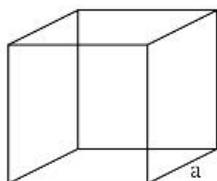
$$S_{бок} = \text{_____} = \text{_____}$$

p - _____;

h - _____;

l - _____.

Формула площади поверхности куба

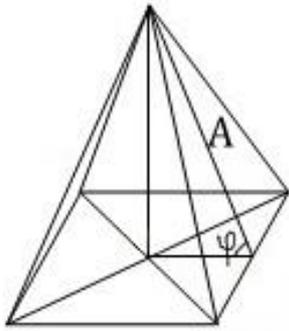


$$S_{бок} = \text{_____}$$

$$S_{пш} = \text{_____}$$

a - _____

Формула площади поверхности пирамиды



Правильная пирамида:

$S_{бок} =$ _____

p - _____;

A - _____.

$S_{бок} =$ _____

S - _____

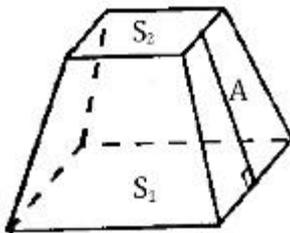
Φ -угол между боковой гранью и основанием пирамиды.

$S_{бок} =$ _____

$S_{гр}$ - площадь одной боковой грани;

n - количество боковых граней пирамиды

Правильная усеченная пирамида:



$S_{бок} =$ _____

p_1, p_2 - _____;

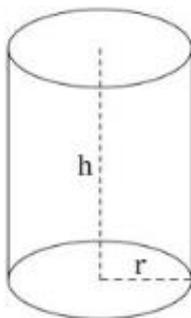
A - _____.

$S_{пп} = S_{бок} + S_1 +$ _____

$S_{бок}$ — площадь боковой поверхности правильной усеченной пирамиды;

$S_1 + S_2$ — _____

Формула площади поверхности цилиндра



$S_{бок} =$ _____ = _____

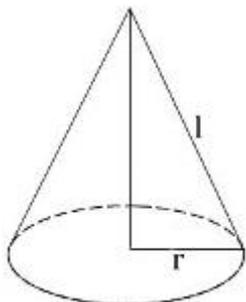
$S_{пп} =$ _____

r — _____;

d — _____;

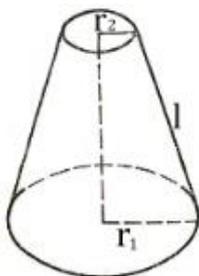
h — _____.

Формула площади поверхности конуса



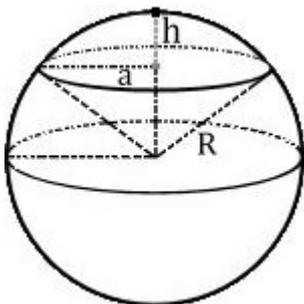
$S_{\text{бок}} =$ _____
 $S_{\text{пн}} =$ _____
 r - _____;
 d - _____;
 l - _____.

Усеченный прямой круговой конус:



$S_{\text{бок}} =$ _____
 $S_{\text{пн}} =$ _____
 r_1, r_2 - _____;
 d_1, d_2 - _____;
 l - _____.

Формула площади поверхности шара (сферы)



$S_{\text{пн}} =$ _____

Задача 39.

Каждое ребро правильной шестиугольной призмы равно 4 см (достройте рисунок). Найдите площади ее боковой и полной поверхностей.

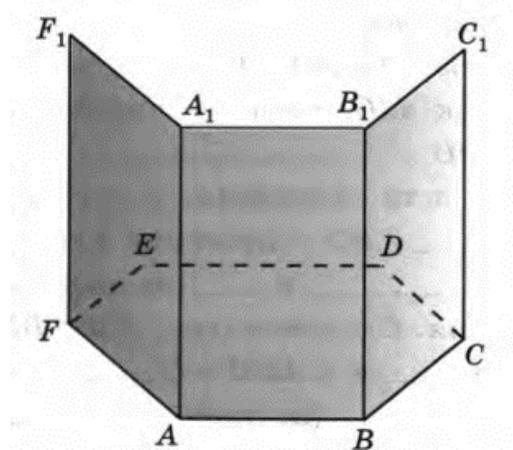
Решение:

Любая правильная призма является

призмой, следовательно, площадь ее боковой поверхности равна

_____ периметра

_____ призмы, т.е.



на

$S_{\text{бок}} = P \cdot h$, где $P = 6 \cdot a = 6 \cdot 4 = 24$ см, $h = 4$ см. таким образом,

$S_{\text{бок}} = 24 \cdot 4 = 96$.

Площадь полной _____ любой призмы равна _____

площадей _____ ее граней _____ т.е. $S_{\text{п.п}} = 96 + 2 \cdot S_{\text{осн}} =$ _____

Основание данной призмы _____ шестиугольник со стороной $a = 4$

см, следовательно, $S_{\text{осн}} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot 4^2 = 6\sqrt{3}$. Итак,

$S_{\text{п.п}} = (96 + 12\sqrt{3})$

Ответ: _____

Задача 40.

Основание пирамиды – прямоугольник ABCD, $AB = 18$ см, $BC = 10$ см, высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 12 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

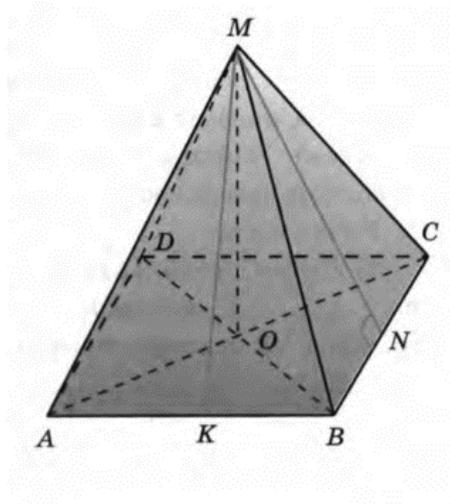
Решение:

Площадь полной поверхности пирамиды вычисляется по формуле $S_{п.п.} =$

$=$ _____ $+$ _____. Так как основание пирамиды - _____

_____ со сторонами 10 см и _____, то $S_{осн} =$ _____ *

_____ $- =$ _____.



Чтобы найти площадь _____ пирамиды вычислим площади ее _____ граней. В прямоугольнике ABCD AC _____ BD, диагонали в _____ в точке O. AO=OB=_____ = _____. отрезок MO – высота пирамиды. Значит MO - _____ к плоскости основания. Следовательно, AM=BM=_____ = _____. $\Delta ABM = \Delta$ _____,

$\Delta BCM = \Delta$ _____ (по трем _____)

Поэтому S_{ABM} _____ S_{CDM} и S_{ADM} _____ S_{CBM} . Пусть $MK \perp AB$, тогда OK _____ AB

(обратная теорема о _____ перпендикулярах) и $OK =$ _____ $BC = 0,5 *$ _____ $=$ _____ см. Аналогично если $MN \perp BC$, то $ON =$ _____ $AB = 0,5 *$ _____ $=$ _____.

Поскольку $MO \perp ABC$, то MO _____ OK , а значит, $MK = \sqrt{MO^2 + ______} = \sqrt{______ + 5^2} =$

$= \sqrt{______} =$ _____ см. Аналогично $MN = \sqrt{______ + ON^2} = \sqrt{12^2 + ______} =$

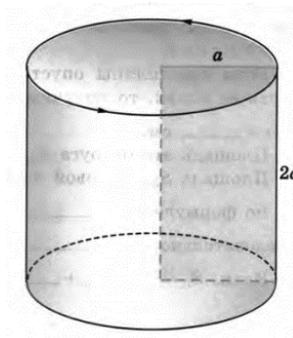
$= \sqrt{______} =$ _____. $S_{ADM} = 0,5 AB *$ _____ $=$ _____ $* 18 *$ _____ $=$ _____

$S_{BCM} =$ _____.

$S_{бок} = 2(S_{ABM} + ______) =$ _____ $* (______ + ______) =$ _____

Задача 42.

Цилиндр получен вращением прямоугольника со сторонами a и $2a$ вокруг большей стороны. Найдите площадь осевого сечения цилиндра и площадь боковой поверхности.



Решение:

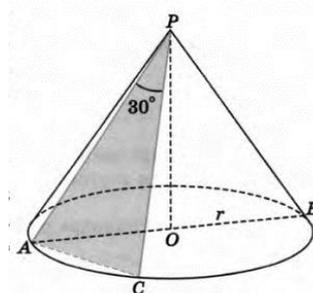
Пусть r – радиус цилиндра, h -его высота. По условию $r = \underline{\hspace{2cm}}$,
 $h = \underline{\hspace{2cm}}$.

$$S_{\text{сеч}} = 2a * \underline{\hspace{2cm}} = 4 \underline{\hspace{2cm}}$$

$$S_{\text{бок}} = 2\pi \underline{\hspace{1cm}} h = \underline{\hspace{1cm}} * a * \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \pi \underline{\hspace{1cm}}$$

Задача 43.

Радиус основания конуса равен 2 м, а осевое сечение – прямоугольный треугольник. Найдите площадь сечения, проведенного через две образующие, угол между которыми равен 30° .



Решение:

По условию задачи треугольник APB - $\underline{\hspace{2cm}}$,
 а так как $PA = \underline{\hspace{2cm}}$, то $\angle PAO = 45^\circ$. В прямоугольном треугольнике PAO
 катет $PA = \frac{AO}{\cos \underline{\hspace{1cm}}} = \underline{\hspace{1cm}} \sqrt{2}$ м. Пусть $\angle APC = 30^\circ$, тогда сечение, проведенное через
 образующие PA и $\underline{\hspace{2cm}}$, является $\underline{\hspace{2cm}}$

треугольником, в котором $PC = \underline{\hspace{2cm}} = 2 \underline{\hspace{2cm}}$ м.

$$\text{Поэтому } S_{APC} = \frac{1}{2} PA^2 \cdot \underline{\hspace{2cm}} = \frac{1}{2} (\underline{\hspace{2cm}})^2 \cdot \frac{1}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Ответ: $\underline{\hspace{2cm}}$

Тема: Координаты пространства

Задача 44.

Заполните пропуски.

Если прямоугольная система координат обозначена O_{xyz} , то прямая O_x называется осью _____, прямая O_y – осью _____, прямая O_z _____

Задача 45.

Заполните пропуски.

Дана точка $M(2; -3; 0)$. Числа 2, -3, _____ называются _____ точки M ; число 2 – это _____ точки, число -3 – _____, число 0 – _____

Задача 46.

Заполните пропуски.

- а) точка $C(0; -3; 0)$ лежит на оси _____
- б) точка $E(2; 0; -1)$ лежит на оси _____
- в) точка $C(0; -3; 0)$ лежит на оси _____
- г) точка $M(0; 0; m)$ лежит на оси _____
- д) точка $T(0; t; 0)$ лежит на оси _____

Тема: Векторы в пространстве

Задача 49.

Заполните пропуски.

- а) Два ненулевых _____ называются коллинеарными, если они лежат на одной _____ или на _____ прямых (обозначение: $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$)
- б) Два ненулевых _____ \overrightarrow{BC} и \overrightarrow{KM} называются сонаправленными, если они _____ и лучи BC и _____ сонаправлены (обозначение: $\overrightarrow{BC} \parallel \overrightarrow{KM}$)
- в) Два ненулевых вектора \overrightarrow{CE} и \overrightarrow{PT} называются противоположно _____, если они _____ и лучи CE и PT _____ направлены (обозначение: $\overrightarrow{CE} \parallel \overrightarrow{PT}$)
- г) Нулевой вектор считается сонаправленным с _____ вектором.
- д) Векторы называются равными, если они _____ и их длины _____, т.е. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, если $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ и $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$

Задача 50.

Даны векторы $\overrightarrow{a} = \{4; 0; 0\}$ и $\overrightarrow{b} = \{1; 0; \sqrt{3}\}$. Найдите:

- а) \overrightarrow{ab}
- б) \overrightarrow{ba}
- в) $\overrightarrow{a^2}$

Решение:

а) $\overrightarrow{ab} = 4 \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

б) По _____ закону скалярного _____

_____ векторов имеем $\overrightarrow{ba} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$

в) $\vec{a}^2 = \vec{a} \cdot \vec{a} = 4 + \dots + \dots = \dots$

Задача 51.

При каком значении x векторы $\vec{a}\{x; -1; 0\}$ и $\vec{b}\{2; 6; -3\}$ перпендикулярны?

Решение:

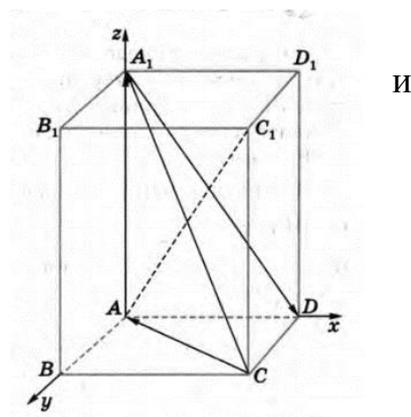
Поскольку $\vec{a} \perp \vec{0}$ и $\vec{b} \perp \vec{0}$, то $\vec{a} \perp \vec{b}$ тогда

только тогда, когда $\vec{a} \cdot \vec{b} =$

$= \dots$ получаем

$x \cdot 2 + (-1) \cdot 6 + 0 \cdot (-3) = 0$. Решим

полученное уравнение: $2x - 6 = 0$, $x = 3$



Задача 52.

Точки $A(0;0;0)$, $B(3;0;0)$, $D(0;4;0)$, $A_1(0;0;5\sqrt{3})$ – вершины прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Найдите длину диагонали A_1C и косинус угла φ между прямыми A_1D и AC

Решение:

а) Направляющими векторами прямых A_1D и AC служат векторы

$\vec{A_1D}\{0; 4; -5\sqrt{3}\}$ и $\vec{AC}\{3; 4; 0\}$

Поэтому $\cos \varphi = \frac{|\vec{A_1D} \cdot \vec{AC}|}{|\vec{A_1D}| \cdot |\vec{AC}|} = \frac{0 + 16 + 0}{\sqrt{16 + 75} \cdot \sqrt{25}} = \frac{16}{5\sqrt{91}} = \frac{16}{5\sqrt{91}}$

б) Длина отрезка A_1C равна $|\vec{CA_1}| = \sqrt{3^2 + 4^2 + (5\sqrt{3})^2} = \sqrt{9 + 16 + 75} = \sqrt{100} = 10$, т.е.

$A_1C = |\vec{CA_1}| = \sqrt{3^2 + 4^2 + (5\sqrt{3})^2} = \sqrt{9 + 16 + 75} = \sqrt{100} = 10$

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ
ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Основная литература

№ п/п	Наименование, вид издания	Автор(-ы), составитель(-и), редактор (-ы)	Место издания, издательство, год	Кол-во экземпляров	
				В библиотеке	На кафедре
1	2	3	4	5	6
1	Математика : учеб. для студ. учреждений сред. проф. образования	М. И. Башмаков	М. : Академия, 2015.	100	

Дополнительная литература

№ п/п	Наименование, вид издания	Автор(-ы), составитель(-и), редактор (-ы)	Место издания, издательство, год	Кол-во экземпляров	
				В библиотеке	На кафедре
1	2	3	4	5	6
2	Математика. Сборник задач профильной направленности : учеб. пособие для учреждений сред. проф. образования	М. И. Башмаков	М. : Академия, 2014	100	
5	Математика [Электр онный ресурс] : сб. метод. указаний для обучающихся к внеаудитор. (самостоят.) работе на базе основного общего образования (1 курс, очная форма обучения). Ч. I.. - Режим доступа: http://krasgmu.vmede.ru/index.php?page[common]=elib&cat=&	сост. Е. П. Клобертанц, И. П. Клобертанц, Л. Ю. Позднякова	Красноярск : КрасГМУ, 2015.	ЭБС КрасГМУ	

	res_id=51661				
6	Математика [Электронный ресурс] : сб. тестовых заданий с эталонами ответов для студентов 1 курса, обучающихся на базе основного общего образования (очная форма обучения). Ч. I. - Режим доступа: http://krasgmu.vmede.ru/index.php?page[common]=elib&cat=&res_id=51664	сост. Е. П. Клобертанц, И. П. Клобертанц, Л. Ю. Позднякова	Красноярск : КрасГМУ, 2015.	ЭБС КрасГМУ	
7	Математика [Электронный ресурс] : сб. тестовых заданий с эталонами ответов для студентов 1 курса, обучающихся на базе основного общего образования (очная форма обучения). Ч. II. - Режим доступа: http://krasgmu.vmede.ru/index.php?page[common]=elib&cat=&res_id=51665	сост. Е. П. Клобертанц, И. П. Клобертанц, Л. Ю. Позднякова	Красноярск : КрасГМУ, 2015.	ЭБС КрасГМУ	
8	Математика [Электронный ресурс] : сб. ситуац. задач с эталонами ответов для обучающихся на базе основного общего образования. Ч. I.	сост. И. П. Клобертанц	Красноярск : КрасГМУ, 2017	ЭБС КрасГМУ	

Электронные ресурсы:
ЭБС КрасГМУ «Colibris»;

ЭБС Консультант студента ВУЗ;
ЭБС Консультант студента Колледж;
ЭБС Айбукс;
ЭБС Букап;
ЭБС Лань;
ЭБС Юрайт;
СПС КонсультантПлюс;
НЭБ eLibrary.

Типография КрасГМУ
Заказ № 12325

660022, г.Красноярск, ул.П.Железняка, 1